Der Einfluss von Druckspannungen auf die elliptische Polarisation des total reflektierten Lichts.

Inaugural-Dissertation

zur

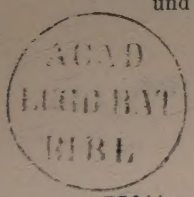
Erlangung der philosophischen Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät der Königl. Universität zu Breslau

eingereicht

und mit ihrer Genehmigung veröffentlicht von



Martin Volke.

Mittwoch, den 2. Juni 1909, 12 Uhr

im Musiksaale der Universität:

Vortrag: „Die Entwicklung der drahtlosen Telegraphie“

und

Promotion.

Breslau 1909.

Druck von Grass, Barth & Comp. (W. Friedrich).

Gedruckt mit Genehmigung der hohen philosophischen Fakultät der Kgl. Universität Breslau.

Referenten: Prof. Dr. **Lummer** und Prof. Dr. **Pringsheim**.

Termin der mündlichen Prüfung: **3. März 1909.**

Meinem geliebten Vater

in inniger Dankbarkeit

Inhalt.

Übersicht über die gewählten Beziehungen.

§ 1. **I. Einleitung.**

§ 2. **II. Ziele der vorliegenden Arbeit.**

III. Experimentelle Anordnung und untersuchtes Material.

§ 3. Der Spektralapparat.

§ 4. Die Druckvorrichtung.

§ 5. Das Prismenmaterial.

IV. Phasendifferenz-Messungen ohne Druck.

§ 6. Die Darstellung der Reflexionspolarisation.

§ 7. Die Ausführung der Versuche.

§ 8. Die Resultate.

V. Phasendifferenz-Messungen bei künstlich erzeugtem Druck.

§ 9. An niedrig brechendem Glas.

§ 10. An amorphem Siliciumdioxyd.

§ 11. An hochbrechendem Glas.

VI. Der elliptische Halbschattenanalysator nach Zakrzewski.

§ 12. Theorie.

§ 13. Experimentelle Anordnung.

§ 14. Genauigkeit.

§ 15. **VII. Das Lummersche Halbschattenprinzip.**

§ 16. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Übersicht über die gewählten Bezeichnungen.

E_p Amplituden-Komponente parallel der Einfallsebene } für den ein-
E_s „ „ senkrecht zur „ } fallenden Strahl.

R_p und R_s dasselbe für den reflektierten Strahl.

$\sigma_p = \frac{R_p}{E_p}$ und $\sigma_s = \frac{R_s}{E_s}$ die Reflexionskoeffizienten.

$\Delta = \delta_p - \delta_s$ Phasendifferenz.

φ = Einfallswinkel (φ_g, φ_p, φ_B, $\bar{\varphi}$).

α = arc tg $\frac{E_p}{E_s}$ Einfallsazimut.

χ = arc tg $\frac{R_p}{R_s}$ Reflexionsazimut.

B Kompensatorzahl.

p = Anzahl der Beobachtungen B für dasselbe α und φ.

υ scheinbarer Fehler = Abweichung vom arithm. Mittel.

$m = \sqrt{\frac{\Sigma(\upsilon^2)}{p-1}}$ mittlerer Fehler einer Beobachtung.

$M = \sqrt{\frac{\Sigma(\upsilon^2)}{p(p-1)}}$ „ „ des Resultats.

$g = \upsilon_{max.}$ größte Abweichung vom arithm. Mittel.

λ = Wellenlänge.

n Brechungsverhältnis.

1. Einleitung.

§ 1. Die Veränderungen, welche linear polarisiertes Licht durch die Reflexion an einer Grenzfläche zwischen zwei isotropen durchsichtigen Medien erleidet, hat zuerst **Fresnel**[1]) theoretisch berechnet. Er zerlegt den Amplituden-Vektor des einfallenden und des reflektierten Strahls (E und R) in zwei Haupt-Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene (E_p und E_s, bezw. R_p und R_s) und ermittelt für jede von beiden das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender Amplitude (die sogen. Fresnelschen Reflexionskoeffizienten $\sigma_p = \frac{R_p}{E_p}$ und $\sigma_s = \frac{R_s}{E_s}$[2]).

Ferner findet er, daß im Gebiet der Totalreflexion eine Phasendifferenz $\Delta = \delta_p - \delta_s$ zwischen den beiden Haupt-Komponenten des reflektierten Strahls auftritt. Δ, σ_p und σ_s sind Funktionen des Einfallswinkels φ und des Brechungsverhältnisses n.

Im folgenden soll uns vor allem die Phasendifferenz Δ und die dadurch hervorgerufene Elliptizität der Lichtschwingung beschäftigen.

Der reflektierte Strahl ist nach Fresnel bei der gewöhnlichen Reflexion an durchsichtigen isotropen Medien stets linear, im Gebiet der Totalreflexion dagegen durchweg elliptisch polarisiert. Für die Reflexion an absorbierenden isotropen Medien (Metallen) ergibt sich theoretisch für jeden Einfallswinkel eine Phasendifferenz und zwar wächst dieselbe hier stetig von null bei senkrechter bis $+\pi$ bei streifender Inzidenz.

Die Messungen mit Kompensator und Analysator haben im Gebiet der Totalreflexion die Fresnelschen Formeln gut bestätigt, dagegen zeigte sich, daß das Licht bei gewöhnlicher Reflexion an durchsichtigen Medien nicht durchweg linear polarisiert ist. Die auftretende Elliptizität macht sich besonders am Brewsterschen Winkel $\varphi_B = \text{arc. tg. } n$ bemerkbar, bei dem nach Fresnel $A_p^r = 0$ sein soll. Das Auftreten einer Phasendifferenz in der Umgebung von φ_B hat zuerst **Jamin**[3]) experimentell nachgewiesen.

Zur Erklärung dieser Elliptizität sind die an der reflektierenden Grenzfläche auftretenden Oberflächenschichten zu berücksichtigen, auf die schon **Seebeck**[4]) 1830 hingewiesen hat. Eine eingehende Theorie dieser durch

---

[1]) Fresnel, ann. de chim. et de phys. (2), 17 1821, p. 190 und 312.

[2]) Tabellen für diese Reflexionskoeffizienten finden sich bei H. Schulz, Dissertation Breslau, 1908.

[3]) Jamin, ann. de chim. et de phys. (3) 29, 1850 p. 263. — Pogg. Ann. Ergänzungsband 3, 1853 p. 232 u. 269.

[4]) Seebeck, A., Pogg. Ann. 20, 1830 p. 27.

Oberflächenschichten hervorgerufenen Phasendifferenzen ist von **Drude**[1]) gegeben und experimentell geprüft worden. Drude fand ferner das an frischen Spaltflächen eines Kristalles reflektierte Licht nahezu linear polarisiert, woraus jedoch nicht auf völliges Fehlen einer Oberflächenschicht geschlossen werden kann. Ähnliche Resultate erhielt **Rayleigh**[2]) an möglichst gereinigten Wasser- und polierten Glasflächen. Eine andere von **L. Lorenz**[3]) herrührende Theorie hat **R. Kynast**[4]) weiterzuführen gesucht und mit der Beobachtung verglichen. Gleichzeitig fand letzterer bei amorphem $Si\,O_2$ und hochbrechendem Glas einen auffallend anomalen Verlauf der Phasendifferenz im Gebiet der Totalreflexion. Es liegt jedoch die Vermutung nahe, daß diese Anomalie durch Spannungszustände des untersuchten Materials hervorgerufen wurde, weshalb eine Weiterführung der Kynastschen Versuche durch die vorliegende Arbeit erwünscht war.

Bei der gewöhnlichen Reflexion hat ferner, falls das optisch dichtere Medium reflektiert, Δ je nach dem Brechungsverhältnis der beiden Medien ein verschiedenes Vorzeichen und zwar tritt negative Elliptizität (d. h. nach Jamin: $\Delta = \delta_p - \delta_s$ ist negativ) für Werte von n unterhalb 1,46[5]) ein, während höherem Brechungsverhältnis positive Werte $\delta_p - \delta_s$ entsprechen. Findet dagegen die Reflexion am dünneren Medium statt, so ist Δ stets negativ, wie **Quincke**[6]) nachgewiesen hat. Metallreflexion zeigt positive Elliptizität.

Die drei Einfallswinkel,

1. der Brewstersche Winkel $\varphi_B = \text{arc tg } n$,
2. der Polarisationswinkel φ_p, bei welchem R_p und $\chi \left(= \text{arc tg } \frac{R_p}{R_s}\right)$ ein minimum sind,
3. der Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$, für den $\Delta = \frac{\pi}{2}$ ist,

fallen gemäß der Drude'schen Theorie zusammen; in Wirklichkeit unterscheidet sich φ_B von dem gemeinsamen Wert für $\bar{\varphi}$ und φ_p meist um kleine Beträge.

Alles bisherige bezog sich auf die Reflexion an optisch-isotropen Medien. In anisotropen werden die Verhältnisse bedeutend verwickelter. Für diese Arbeit kommt nur die akzidentelle Doppelbrechung in Betracht. Von Brewster[7]) wurde entdeckt, daß man durch einseitigen Druck oder

---

[1]) Drude, Wied. Ann. 36, 1889 p. 865 u. p. 532; 43, 1891 p. 126.
[2]) Lord Rayleigh Phil. Mag. 33, 1892 p. 1. 16, 1908 p. 444.
[3]) L. Lorenz, Pogg. Ann. 111, 1860 p. 460, 114, 1861 p. 238.
[4]) R. Kynast, Drude Ann. 2 , 1907 p. 726.
[5]) Zuletzt bestätigt in: H. Schulz, Drude Ann. 26, 1908 p. 139.
[6]) Quincke, Ann. d. Phys., 1866 u. ff.
[7]) D. Brewster, Phil. Trans. 1815 p. 60, 1816 p. 156, Pogg. Ann. 19, 1830, p. 527.

Zug in isotropen einfach brechenden Medien Doppelbrechung hervorrufen kann. Die Körper verhalten sich dann optisch wie einachsige Kristalle, deren optische Achse mit der Druck- oder Zugrichtung zusammenfällt; und zwar entspricht einseitigem Zug das Verhalten eines positiven, einseitigem Druck das eines negativen einachsigen Kristalles. Schon **Fresnel**[1]) maß direkt den Richtungsunterschied der beiden entstehenden Strahlen. **Neumann**[2]) gab eine Theorie der Erscheinung. Weitere Untersuchungen sind sehr zahlreich vorhanden, besonders von **Wertheim** und **Pockels**[3]). Letzterer fand Glas von hohem n bei einseitigem Druck positiv doppelbrechend und nimmt an, daß es für einen gewissen Wert von n keine akzidentelle Doppelbrechung gibt. **König**[4]) hat interessante Versuche über Doppelbrechung in tönenden Glasplatten angestellt. Als Maß der akzidentellen Doppelbrechung dient bei diesen Untersuchungen fast durchweg die im durchgegangenen Licht auftretende Phasendifferenz, welche stets dem wirkenden Druck proportional gefunden worden ist. Im Gebiet der Totalreflexion ist der Einfluß des Drucks auf den Verlauf der Phasendifferenz als Funktion des Einfallswinkels noch nicht untersucht; es war daher erwünscht, auch hier diesen Einfluß festzustellen.

II. Ziele der vorliegenden Arbeit.

§ 2. Die vorliegende Arbeit stellt sich folgende Aufgabe:

a. Die Abhängigkeit der Phasendifferenz im Gebiet der Totalreflexion von einer durch einseitigen Druck erzeugten Anisotropie des Materials für verschiedene Brechungsverhältnisse eingehend zu untersuchen und dadurch zu entscheiden, ob die von **R. Kynast**[5]) gefundenen anomalen Phasendifferenzen bei amorphem SiO_2 und hochbrechendem Glas durch Druckspannungen seiner Prismen erklärt werden können.

b. Die von **Zakrzewski** theoretisch erörterte Methode zum genauen Messen von Phasendifferenzen mittelst Halbschatteneinstellung experimentell zu verwirklichen und für vorliegende Zwecke nutzbar zu machen.

c. Mit Berücksichtigung der bei den Messungen sub a, gewonnenen Resultate das **Lummer**sche Halbschattenprinzip theoretisch und experimentell auf seine Genauigkeit zu untersuchen.

---

1) Fresnel, ann. chim. phys. 20, 1822 p. 376, Pogg. Ann. 19, 1830 p. 539.

2) F. Neumann, Pogg. Ann. 54, 1841 p. 449.

3) Pockels, Phys. Zs. 1901 p. 693. Ann. d. Phys. 1902, 7 p. 745. Hist. Übersicht Ann. 1889 (37) p 144.

4) W. König, Ann. d. Phys. (4) 1901, 4 p. 1.

5) R. Kynast a. a. O.

III. Experimentelle Anordnung und untersuchtes Material.

§ 3. Der Spektralapparat.

Als Lichtquelle für die folgenden Untersuchungen wurden stets Quecksilberlampen benutzt, und zwar sowohl **Lummer-Aron**'sche Lampen in Glasgehäuse mit Wasserspülung[1]), als auch Lampen aus Quarzglas[2]) von der Firma **Heräus** (Hanau). Gemessen wurde mit den Quecksilberlinien rot: 690μμ, gelb: 579, hellgrün: 546, blau: 436.

Von diesen waren rot und blau nur bei Quarzlampen, die auf hohe Spannung und inneren Überdruck gestellt waren, von gut brauchbarer Intensität. Überhaupt ist die Spannungs- und Intensitätsveränderlichkeit innerhalb weiter Grenzen ein besonderer Vorzug dieser Lampen. Alle Messungen der Phasendifferenz und des Reflexionsazimuts wurden mit dem großen „Lummer-Kynastschen Spektralapparat[3]) für Polarisations- und Phasendifferenzmessung" ausgeführt. Die Versuchsanordnung bei diesem zeigt Blatt 1 (siehe S. 11). Das Licht der Quecksilberlampe fällt auf den Kollimatorspalt S, wird dann durch die Linsen K. L. parallel gemacht und spektral zerlegt im Wadsworthschen Prisma. Nach Durchdringen des Polarisators fällt der nun linear polarisierte Strahl auf die zu untersuchende reflektierende Fläche und wird dort im allgemeinsten Fall bei der Reflexion elliptisch polarisiert. Das Licht gelangt weiter durch den Soleil-Babinetschen Kompensator[4]) und den Analysator in das Beobachtungsfernrohr; durch dessen Linsen wird dem Auge des Beobachters ein deutliches Bild des Kollimatorspaltes dargeboten. Das Genauere über die einzelnen Teile des Apparates und ihre Justierung ist in der oben zitierten Beschreibung mitgeteilt. Hier sei noch eine Erweiterung des bisher auf mittlere Einfallswinkel beschränkten Reflexionsgebietes angeführt. Da eine Abänderung des Spektrometerbaues kaum durchführbar war, so wurde zur Hilfsreflexion gegriffen und ein Aufsatz für den Prismentisch mit einem exzentrisch angeordneten kleinen Tischchen gefertigt, der ein Aufstellen zweier Prismen hintereinander im Strahlengange gestattet, wie die Skizze Blatt 2a zeigt. Das Licht wird dabei nach Austritt aus dem zu untersuchenden Prisma A durch nochmalige gewöhnliche Reflexion an dem Hilfsprisma B in den Kompensator geleitet. Eine geringe vorher bestimmte Phasendifferenz, die durch die Hifsreflexion entsteht, tritt als Correktionsgröße in das Resultat ein. Für ganz hohe Einfalls-

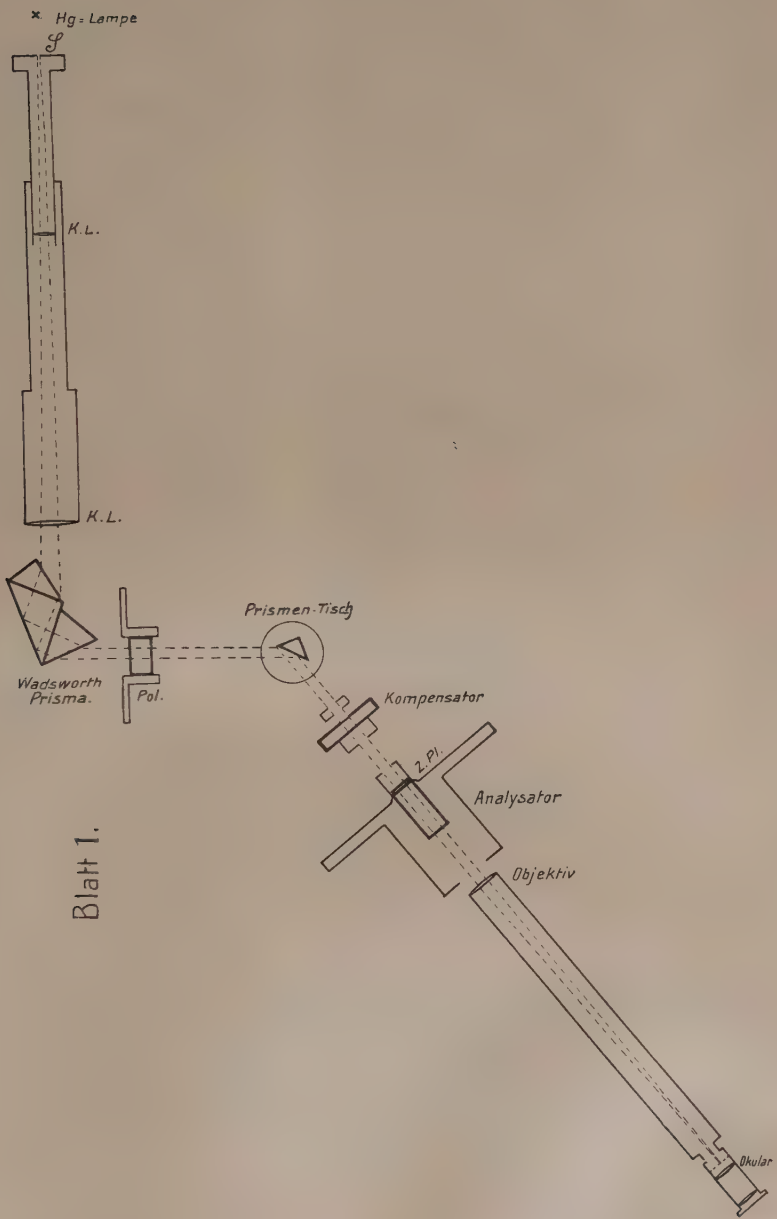
---

[1]) O. Lummer, Z.-S. f. Instrkde. 15, 1895 p. 294, 21 1901 p. 201.

[2]) Küch und Retschinsky, Ann. d. Phys. 20, 1906, p. 536.

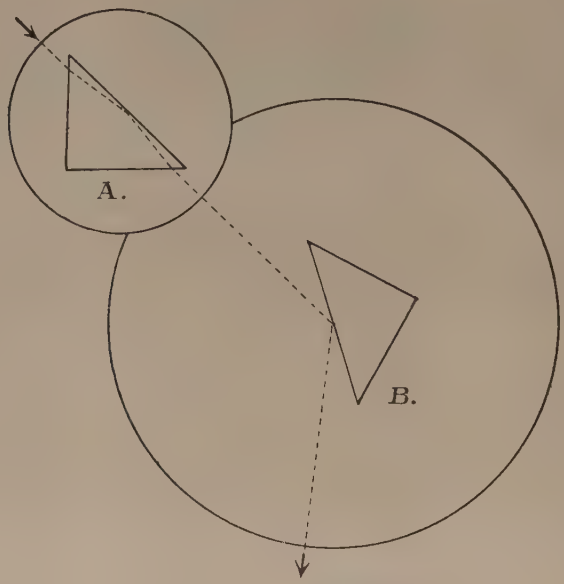
[3]) Lummer u. Kynast, Ann. d. Phys. (4) 22, p. 721; 1907. Auch Müller-Poulliet-Lummer, „Strahlung" Bd. II. 10. Aufl. p. 895.

[4]) Vgl. P. Drude, Lehrbuch d. Optik, Leipzig 1906 p. 243.


Hg = Lampe
K.L.
K.L.
Wadsworth Prisma.
Pol.
Prismen-Tisch
Kompensator
z.Pl.
Analysator
Objektiv
Okular

Blatt 1.

winkel im Gebiet der Totalreflexion (etwa 80^0—86^0) wurde keine Hilfsreflexion verwandt, sondern das zu untersuchende Prisma um ungefähr 180^0



Blatt 2ª

gedreht, so daß jetzt der Ablenkungswinkel ein stumpfer wird. Bei beiden Modifikationen ist eine starke Lichtquelle nötig.

Die Justierung von Analysator und Polarisator geschah bei Reflexion an einer bekannten Fläche unter dem Polarisationswinkel[1]).

Der Kompensator mußte für die benutzten Wellenlängen geeicht, d. h. seine Dispersion festgestellt werden. Die in der folgenden Tabelle mitgeteilten Werte $B_\pi - B_0$ sind die Kompensatorzahlen - Differenzen, die einer Phasenverschiebung von π entsprechen. Diese Werte ändern sich, wie man sieht, annähernd proportional der Wellenlänge.

$B_\pi - B_0 =$	12,11	13,88	15,54	16,56	18,00	20,00
$\lambda =$	436 $\mu\mu$	492	546	579	622	690

Der Kompensator Nullpunkt war 56,46 (für alle Wellenlängen). Er ist mit einer Genauigkeit von mindestens $^1/_{2000}\ \lambda_{546}$ bestimmt worden. Wegen der — leicht zu erheblichen Fehlern führenden — Orientierungsungenauigkeit[2]) des Kompensators gegen die Einfallsebene wurde die Phasendifferenz stets bei zwei symmetrischen Polarisatorstellungen gemessen, so daß bei jedem Einfallswinkel in der Regel vier Kompensatoreinstellungen gemacht wurden, zwei bei $+\alpha$ und zwei bei $-\alpha$, wo α das Einfallsazimut ist.

[1]) R. Kynast, Inaugural-Dissertation Breslau 1906 p. 13.
[2]) R. Hennig, Gött. Nachr. 3, 1887, p. 374.

Die Teilkreise konnten abgelesen werden:

am Analysator bis auf $0{,}001^0 = 3{,}6''$

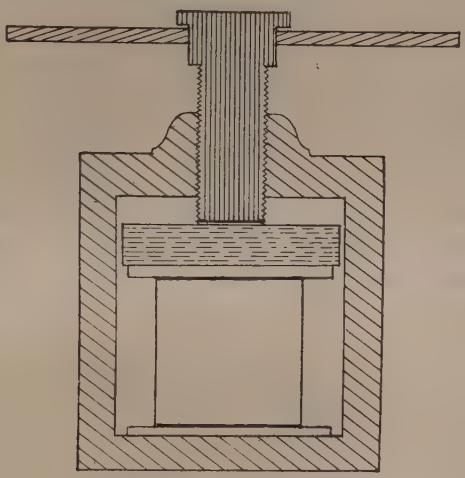
= Polarisator = = $1'$

= Prismentisch = = $1''$

Ein Kompensatortrommelteil entspricht $\frac{1}{1554}\,\pi = 0{,}00064\,\pi$ Phasendifferenzänderung für die Wellenlänge $546\mu\mu$ oder einem Gangunterschied von $0{,}00032\lambda_{546}$.

§ 4. Die Druckvorrichtung.

Für die in dieser Arbeit zu besprechenden Messungen an künstlich gepreßten Prismen wurde ein Metallgestell benutzt, ein offener Kasten, auf dessen Boden man das Prisma stellt, wie die Skizze auf Blatt 2b zeigt. Durch Schraubendrehung preßt man von oben gegen die Prismen-



Blatt 2b

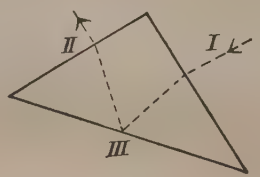
fläche eine Eisenplatte, nachdem man vorher eine Pappscheibe, von etwa 1 mm Dicke dazwischen gelegt hat. (Bleiplatten erwiesen sich als ungeeignet, da sie sich stark platt drückten.) So wurde eine befriedigend gleichmäßige Verteilung des Drucks in der gewünschten Richtung parallel oder senkrecht zur brechenden Prismenkante erzielt.

§ 5. Das Material.

Über das untersuchte Prismenmaterial möge die folgende Tabelle Auskunft geben:

No.	Brechungsverhältnis n für			Prismenwinkel			Material	Hypotenuse	Bemerkungen
	λ=579	546	436 μμ	(II, III)	(I, III)	(I, II)		cm²	
1	1,4593	1,4605	1,4664	43°13,5′	43°13,5′	93°33′	SiO_2 amorph.	2,2 × 2,9	[1]) u. [2]) sind geliefert v. Heräus-Hanau, geschliffen von Zeiß
2	1,4593	1,4605	1,4664	43°12,2′	43°14′	93°33,8′	SiO_2 amorph.	2,4 × 4,5	
3	—	1,5188	—	—	—	—	Glas	4 × 5	von Zeiß
4	—	1,5196	—	44°46,8′	45°13,8′	89°59,4′	„	4 × 2,5	[4]) u. [5]) bildeten früher einen Würfel
5	—	1,5196	—	—	—	—	„	4 × 2,5	
6	1,9067	1,9166	1,9632	31°27,8′	31°26,8′	117°5,4′	Silikat-Flint-Glas 79% Pb O 21% $Si O_2$	4 × 5	von Zeiß

Bei 1, 2 und 6 durchsetzt der Grenzstrahl zwischen gewöhnlicher und totaler Reflexion die Kathetenflächen für $\lambda = 546\,\mu\mu$ sehr nahezu senkrecht, wie die Skizze zeigt.

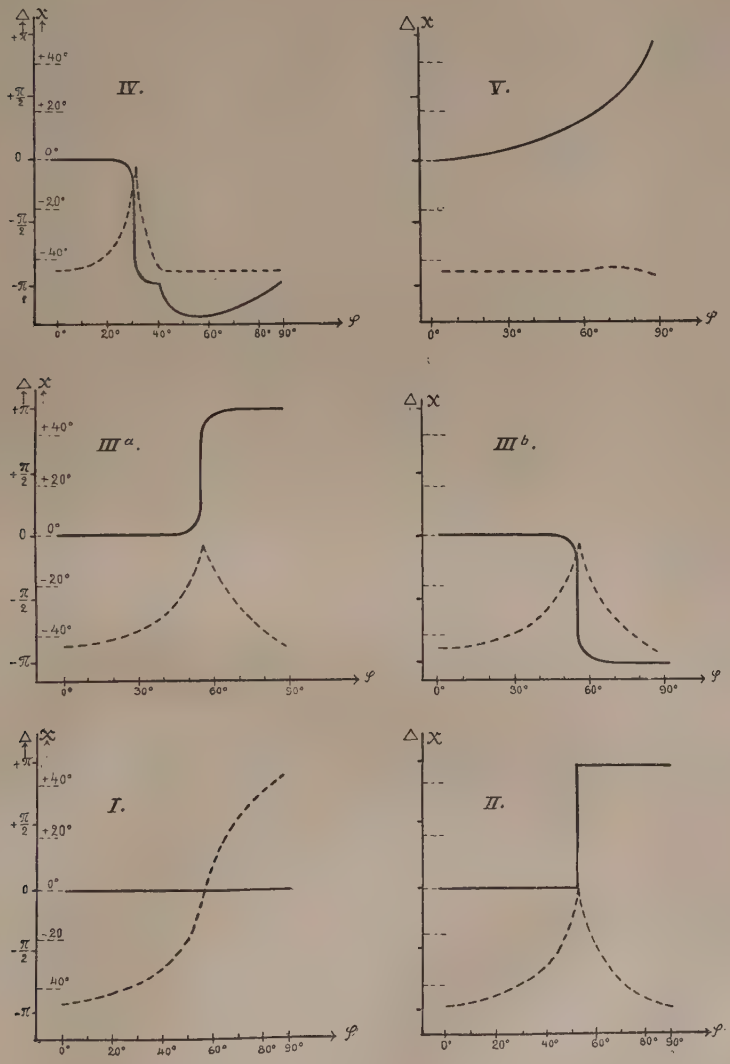


IV. Die Messungen im Gebiet der Totalreflexion ohne Druck.

§ 6. Die Darstellung der Reflexionspolarisation.

Bei der Untersuchung des reflektierten Lichts bestimmt man durch den Kompensator die Phasendifferenz $\delta p - \delta s = \Delta$ und durch den Analysator den Winkel $\chi = \text{arc tg } \frac{Rp}{Rs} = \text{arc tg } \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_s} \cdot \text{tg } \alpha\right)$; χ ist das Reflexionsazimut oder genauer: Das „Azimut der wiederhergestellten Linearpolarisation", α das Einfallsazimut.

Nach den Fresnelschen Formeln ist für die gewöhnliche Reflexion an durchsichtigen isotropen Medien Δ bei jedem Einfallswinkel gleich null und χ geht beim Polarisationswinkel durch null von negativen zu positiven Werten über. Dieser „Idealfall“ ist in Blatt 3 unter No. I



Blatt 3.

schematisch dargestellt. Es ist dabei stets ein Einfallsazimut $+\alpha = \text{arc tg}\,\frac{Ep}{Es}$ vom Wert 45^0 angenommen. Um aber einen kontinuierlichen Übergang vom „Idealfall" zum „Realfall" (bei dem $\Delta \gtrless 0$ ist) zu ermöglichen, ist es zweckmäßiger, stets den Vorzeichenwechsel der Amplitude — und damit auch von χ — beim Brewster'schen Winkel als Änderung der zugehörigen Phase um π zu deuten; man erhält dann die übliche Darstellung des Idealfalls in No. II auf Blatt 3, wo jetzt der charakteristische Sprung in der Phasendifferenzkurve von $\Delta = 0$ zu $\Delta = \pi$ eintritt. Als Abszissen sind die Einfallswinkel und als Ordinaten für die ausgezogene Kurve die Phasendifferenz in Teilen von π, für die gestrichene Kurve die Werte χ in Graden aufgetragen. Die weiteren Zeichnungen von Blatt 3 geben schematisch die zusammengehörigen Werte Δ und χ als Funktion des Einfallswinkels für den Realfall, und zwar bezeichnet III a die Reflexion von Luft gegen Glas bei positiver Elliptizität, III b bei negativer Elliptizität, IV gibt die Reflexion von Glas gegen Luft, wobei die größeren Einfallswinkel (etwa von 40^0 bis 90^0) dem Gebiet der Totalreflexion angehören. No. V stellt die Reflexion an einer Silberfläche dar.

§ 7. Die Ausführung der Messungen bei Totalreflexion.

Es wurde die Phasendifferenz an den Prismen[1]) 1, 2 und 6 für die Wellenlängen 690, 622, 579, 546 und 436 μμ gemessen. Die erhaltenen Werte sind in den Tabellen Seite 17—19 angegeben. Es bezeichnet: δ_φ den Einfallswinkel vom Grenzwinkel φ_g der totalen Reflexion an gerechnet ($\delta_\varphi = \varphi - \varphi_g$); B die abgelesene Kompensatorzahl; Δ die Phasendifferenz in Teilen von π, aus B nach der Formel berechnet: $\Delta = \frac{56{,}46 - B}{B_\pi - B_0} \cdot \pi$, wofür die Werte $B_\pi - B_0$ aus der Dispersionstabelle (Seite 12) zu entnehmen sind. Zum Vergleich sind in jeder Messungsreihe in Klammern einige theoretische Werte angegeben, die nach der Fresnelschen Formel:

$$\text{tg}\,\frac{\Delta}{2} = \frac{\cos\varphi\,\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}}{\sin^2\varphi};$$

berechnet sind, die unterstrichenen Zahlen bezeichnen das theoretische Maximum von Δ.

Am Schluß jeder Reihe ist für jede Wellenlänge der Wert M angegeben. Er bezeichnet den Durchschnittswert für den mittleren Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma\,(v^2)}{p\,(p-1)}}$ eines Partialresultats B_1, das aus p Kompensatorablesungen bei demselben Einfallswinkel δ_φ und demselben Einfallsazimut α ge-

[1]) Die Prismen wurden vor dem Gebrauch mit Säuren und Alkohol gereinigt und dann vor jeder Messung mit einem weichen Lederlappen abgewischt.

gewonnen ist. (Der Durchschnitt ist aus allen M_B einer Reihe als arithmetisches Mittel berechnet.)

Prisma 1.

$\delta\varphi$	B	Δ
I. Rot ($\lambda = 622{,}5\ \mu\mu$)		
20° 24,3′	78,55	— 1,2273 π[1]
37° 33,5′	79,10	1,2578
M =	0,12	0,0067 π
II. Gelb ($\lambda = 579\ \mu\mu$) ($\varphi_g = 43° 15{,}2'$)		
0° 23,7′	74,28	1,0761 π
2° 26,8′	75,83	1,1697 π
7° 54,1′	77,12	1,2477
[9° 49′		1,2351]
11° 56,4′	77,17	1,2507
16° 47,9′	77,18	1,2513
22° 15,9′	77,11	1,2471
M =	0,078	0,0047 π
IIb. Grün ($\lambda = 546\ \mu\mu$) ($\varphi_g = 43° 12{,}7'$)		
0° 26′	73,26	1,0812 π
1° 7′	73,83	1,1177
2° 29,1′	74,69	1,1731
3° 51,1′	75,04	1,1956
5° 13,1′	75,52	1,2265
7° 56,1′	75,92	1,2528
[9° 49,8′		1,2356]
11° 58,2′	76,18	1,2690
14° 37,2′	76,20	1,2703
17° 13,7′	76,22	1,2716
19° 47,3′	76,22	1,2716
22° 17,3′	76,32	1,2780
27° 16,6′	76,80	1,2889[2]
31° 38,6′	76,99	1,2938[2]
37° 1,5′	77,128	1,3377
39° 17,4′	77,30	1,3411
[38° 47,3′		1,0644]
M =	0,07	0,0045 π
IV. Blau ($\lambda = 436\ \mu\mu$) ($\varphi g = 42° 52'$)		
0° 46,7′	69,40	1,0687 π
2° 49,1′	70,58	1,1671
8° 13,9′	71,50	1,2420
[9° 50′		1,2394]
12° 14,4′	71,81	1,2738
17° 52,5′	72,36	1,3126
23° 5′	72,20	1,3067
M =	0,06	0,0049 π
IIIa. Messung Kynast Grün (K. G.)		
0	72,00	1,0000 π
1° 27′	73,99	1,1281
2° 49′	74,94	1,1892
4° 11′	75,46	1,2227
6° 13,5′	76,09	1,2632
8° 16′	76,56	1,2934
12° 57′	77,40	1,3476
18° 11′	78,23	1,4006
21° 21′	78,76	1,4350

[1]) Alle Werte Δ sind in dieser und den beiden folgenden Tabellen negativ.
[2]) mit Hilfsreflexion.

Prisma 2.

δ_φ	B	Δ
I. Rot (690 μμ) (φ_g = 43° 22,9′)		
0° 16′	78,55	1,1044π
3° 40,3′	81,41	1,2469
9° 10′	82,02	1,2774
13° 30,5′	82,06	1,2794
21° 15,0′	80,61	1,2069
37°	77,02	1,0275
M =	0,17	0,0080π
II. Gelb (579 μμ) (φ_g = 43° 15,2′)		
0° 30′	74,35	1,0810π
1° 0′	75,55	1,1538π
[2° 44,8′		1,1819π]
4° 25′	77,20	1,2532
[6° 44,8′		1,2285]
7° 10,7′	77,45	1,2680
[9° 49′		1,2351π]
11° 51,3′	77,55	1,2742
14° 30,4′	77,33	1,2618
[16° 44,8′		1,2159]
16° 46′	77,15	1,2502
20° 18,5′	76,55	1,2206
[21° 44,8′		1,1876]
M =	0,07	0,0042π
III. Grün (546 μμ) (φ_g = 43° 12,7′)		
0° 26′	73,22	1,0785π
1° 2′	74,72	1,1750π
1° 44′	75,03	1,1950π
[2° 47,3′		1,1832π]
3° 27′	75,77	1,2426
4° 27′	76,09	1,2632
6° 31′	76,39	1,2825
[6° 47,3′		1,2291π]
[9° 49,8′		1,2356π]
11° 53,3′	76,36	1,2806
14° 32,4′	76,35	1,2790
16° 30′	76,08	1,2626
[16° 47,3′		1,2163π]
17° 47,7′	75,91	1,2516
19° 1′	75,74	1,2407
20° 20,4′	75,58	1,2304
[21° 47,3′		1,1888]
M =	0,07	0,0045π
IV. Blau (436 μμ) (φ_g = 42° 52′)		
0° 40,3′	69,94	1,1249π
1° 22,5′	70,74	1,1802
2° 3,3′	71,06	1,1984
3° 44,8′	71,48	1,2413
4° 46,3′	71,74	1,2669
5° 27,5′	71,89	1,2742
6° 48,0′	71,98	1,2826
[7° 8′		1,2344]
9° 8,6′	72,00	1,2843
[9° 50′		1,2394]
12° 9,5′	72,02	1,2850
14° 47,9′	71,90	1,2760
[17° 8′		1,2184]
19° 17,8′	71,42	1,2364
20° 33,3′	71,25	1,2221
[22° 8′		1,1903]
36° 30,6′	69,15	1,0469
38° 8,5′	68,94	1,0305
[39° 8′		1,0648]
[34° 8′		1,1043]
M =	0,06	0,0050π

Prisma 6.

$\delta\varphi$	B	Δ
II. Gelb (579μμ) ($\varphi_g = 31^0\ 38'$)		
$-0^0\ 0{,}4'$	72,18	$0{,}955\pi$
$+0^0\ 4{,}9'$	73,09	$1{,}0101\pi$
$+1^0\ 39{,}3'$	76,40	1,2017
$3^0\ 39{,}3'$	77,80	1,2867
$5^0\ 20'$	78,30	1,3171
$6^0\ 19{,}1'$	78,53	1,3311
$[9^0\ 25{,}7'$		1,3850]
$9^0\ 26{,}8'$	78,66	1,3390
$14^0\ 25{,}8'$	78,56	1,3340
$19^0\ 5'$	78,05	$1{,}3041\pi$
M =	0,035	$0{,}0021\pi$
III. Grün (546μμ) ($\varphi_g = 31^0\ 27'$)		
$+0^0\ 2{,}3'$	71,37	$0{,}9595\pi$
$0^0\ 14{,}6'$	73,07	1,0689
$[0^0\ 33'$		1,1737]
$[1^0\ 33'$		1,2648]
$1^0\ 48{,}5'$	75,54	1,2278
$[3^0\ 33'$		1,3409]
$3^0\ 42{,}3'$	76,56	1,2934
$5^0\ 19{,}1'$	76,95	$1{,}3182\pi$
$[5^0\ 33'$		1,3720]
$[9^0\ 24{,}5'$		1,3877]
$9^0\ 30{,}8'$	77,35	$1{,}3443\pi$
$[14^0\ 34'$		1,3735]
$14^0\ 24'$	77,23	1,3365
$16^0\ 25{,}8'$	77,083	1,3271
$[18^0\ 33'$		1,3507]
$18^0\ 56'$	76,76	1,3063
$21^0\ 32{,}8'$	76,39	1,2822
$[22^0\ 33'$		1,3227]
$30^0\ 5'$	75,11	$1{,}2001\pi$
M =	0,024	$0{,}0015\pi$
IV. Blau (436μμ) ($\varphi_g = 30^0\ 38{,}2'$)		
$+0^0\ 7{,}8'$	68,58	$1{,}0083\pi$
$0^0\ 32{,}7'$	69,44	1,0718
$1^0\ 4{,}2'$	70,22	1,1363
$4^0\ 22'$	72,04	1,2865
$5^0\ 9'$	72,25	1,3040
$[9^0\ 18{,}7'$		1,3999]
$10^0\ 12{,}1'$	72,53	1,3270
$14^0\ 52{,}3'$	72,46	1,3212
$16^0\ 3{,}5'$	72,35	1,3131
$19^0\ 17{,}8'$	72,00	1,2832
$30^0\ 4{,}3'$	70,42	1,1537
$31^0\ 8{,}1'$	70,02	1,1278
$[30^0\ 22'$		1,2694]
M =	0,052	$0{,}0043\pi$

Die Beobachtungsanzahl p ist für Prisma No. 6 in der Regel 2, bei $+\alpha$ und 2 bei $-\alpha$, für Prisma No. 1 und 2 entsprechend 3, für die Wellenlänge 436μμ aber stets mindestens 4.

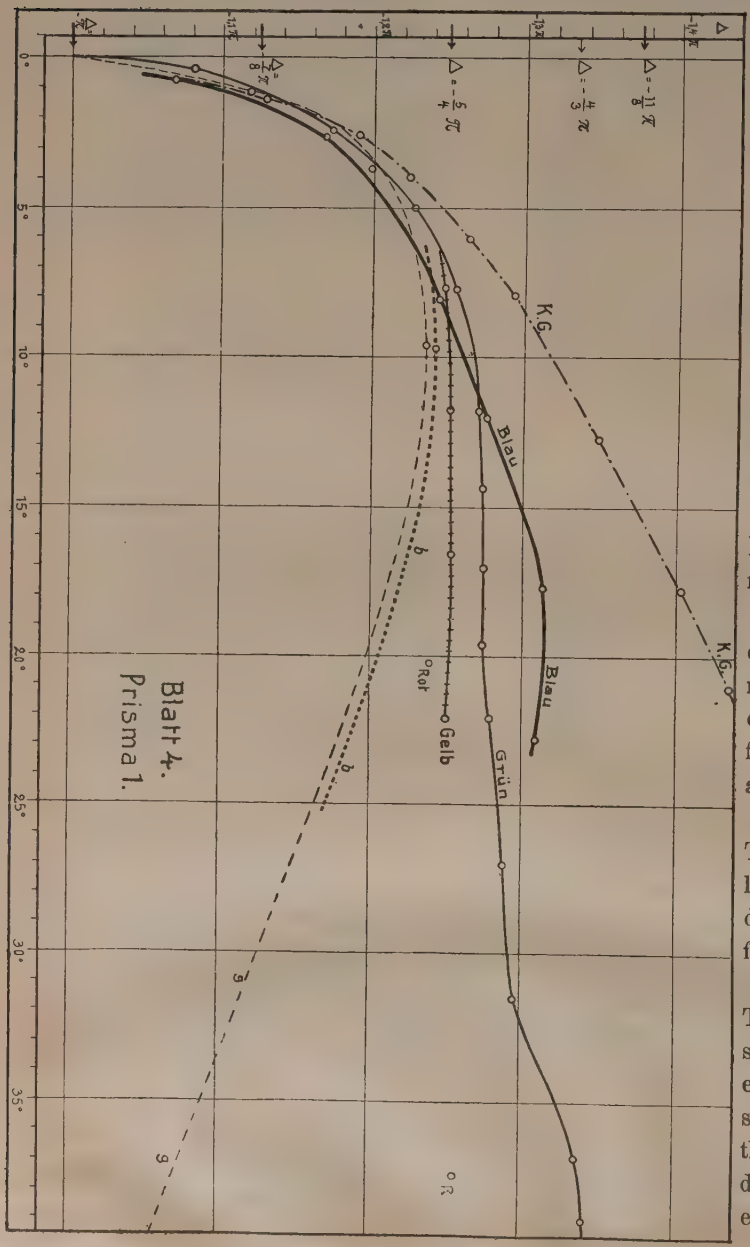
M_Δ ist derselbe Wert wie M_B, nur in Teilen von π ausgedrückt. Obwohl meist schon die dritte Dezimale der Phasendifferenz unsicher wird, ist Δ bis auf 4 Stellen angegeben, um die Unterschiede der B wiederzugeben. Das Reflexionsazimut χ lag in gesetzmäßiger Weise nahe bei $\mp 45^0$, dem gewählten Einfallsazimut von $\pm 45^0$ entsprechend.

§ 8. Die Resultate.

Die Messungsresultate sind graphisch dargestellt auf Blatt 4, 5 und 6. Dort sind auch für 2 verschiedene Wellenlängen die theoretischen Kurven gestrichelt eingezeichnet und durch kleine Buchstaben

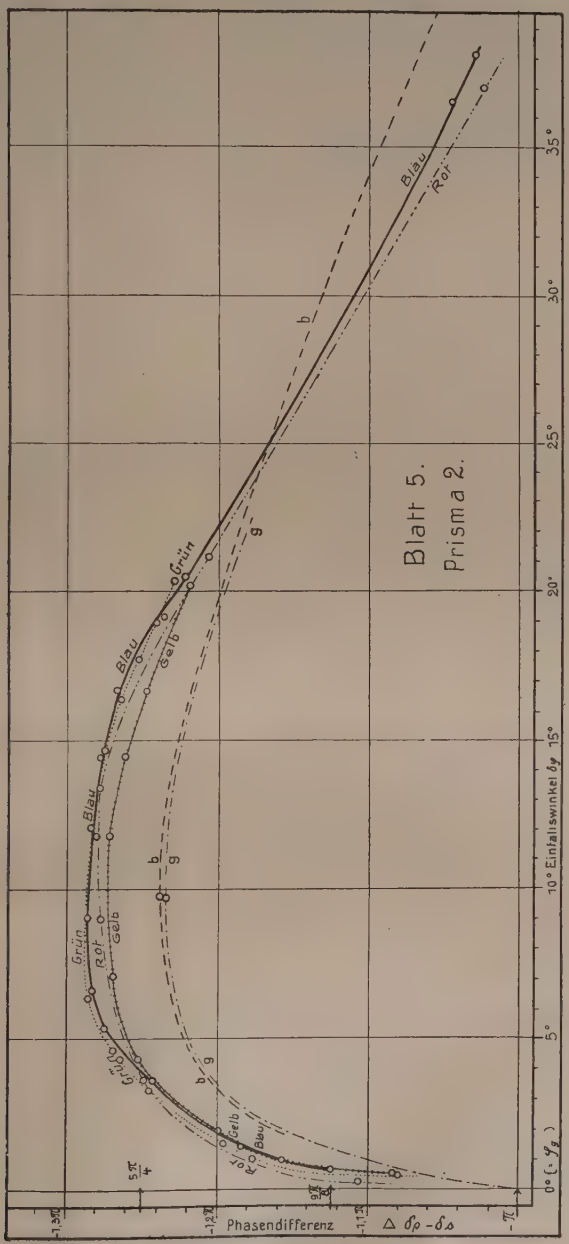
kenntlich gemacht (b = blau, g = grün theoretisch). Zum Vergleich ist die für $\lambda = 546 \mu\mu$ (Grün) von Kynast gemessene Kurve auf Blatt 4 angegeben und mit K. G. bezeichnet. Aus diesen Messungen ergibt sich folgendes:

1. Bei Prisma No. 1 (Blatt 4) verläuft die Δ-Kurve jetzt für $\lambda = 546 \mu\mu$ bedeutend niedriger als bei der Messung von R. Kynast. Es liegt die Vermutung nahe, daß inzwischen Änderungen im Material vorgekommen sind. Anomal bleibt die Phasendifferenz noch immer, da $|\Delta|$ bei hohem Einfallswinkel weiter wächst, anstatt bis zum Wert $-\pi$ bei streifender Inzidenz abzunehmen.



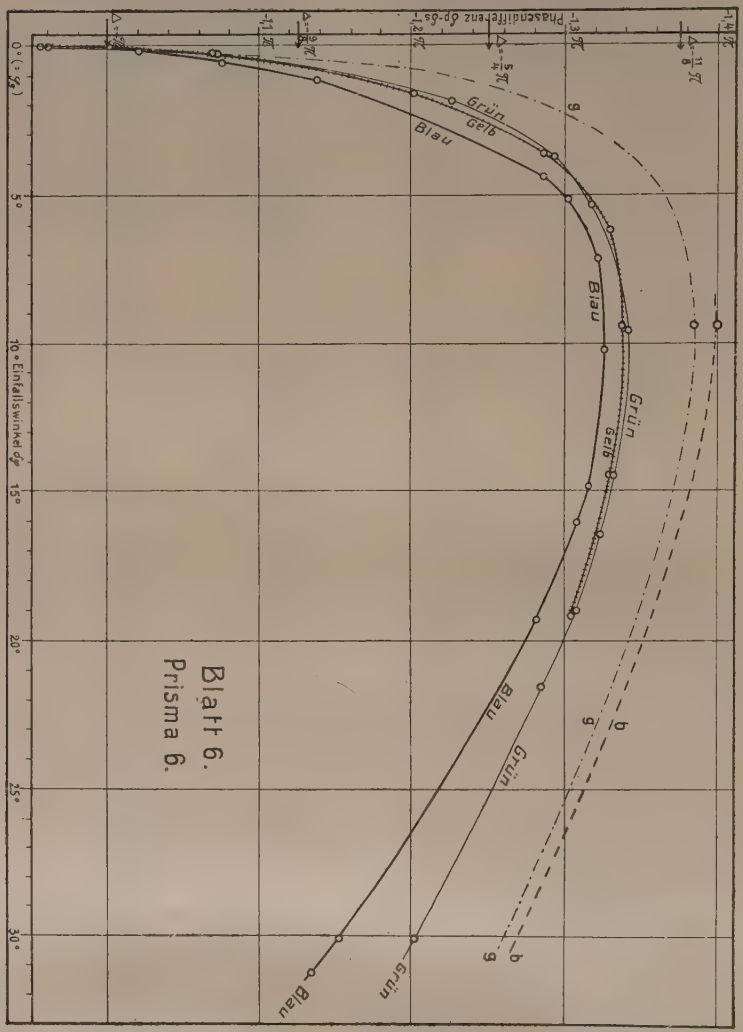
Mit wachsender Wellenlänge nimmt $|\Delta|$ bei demselben Einfallswinkel im allgemeinen ab, wie in der Theorie verlangt, nur erfolgt diese Abnahme für den mehr horizontalen Teil der gemessenen Kurven etwa zehnmal so stark, als sich theoretisch für dieselbe Stelle ergibt.

2. Das Prisma No. 2 (Blatt 5) zeigt die geringste Anomalie. Die Phasendifferenz sinkt wie bei No. 1 mit wachsender Wellenlänge



und zwar hier ungefähr in dem von der Theorie geforderten Maße. Rot und gelb haben allerdings falsche Reihenfolge, doch liegt ihre Differenz wohl innerhalb der Fehlergrenzen.

3. Während bei diesen niedrigbrechenden amorphen SiO_2-Prismen 1 und 2 die gemessenen Werte von $|\Delta|$ fast durchweg größer sind, als die theoretischen, ist beim hochbrechenden Prisma 6 (Blatt 6) das Umgekehrte der Fall[1]). Die für $\lambda = 546\mu\mu$ erhaltenen Werte stimmen sehr genau mit den früher von Kynast gefundenen überein.



Ferner zeigt Prisma 6 eine Zunahme der Phasendifferenz mit der Wellenlänge, wenigstens für blau und grün. Dies widerspricht der Theorie und dem Verhalten von No. 1 und 2. Die Beobachtungsfehler sind hier bei No. 6 am geringsten und können nicht zur Erklärung der Abweichungen herangezogen werden.

[1]) In der Abhandlung von R. Kynast ist die theoretische Phasendifferenz für $n = 1{,}9166$ unrichtig (zu klein) angegeben.

Damit ist zunächst erwiesen, daß das Prisma 1 ein besonders merkwürdiges Exemplar ist und daß amorphes SiO_2 an sich nicht solche Anomalien zeigt, wie die Kynastsche Messung an No. 1 vermuten ließ. Es war weiter zu untersuchen, wie weit diese großen Abweichungen von der Theorie bei 1 und die kleineren bei 2 und 6 auf Spannungen im Prismenmaterial zurückgeführt werden können. Mittelst einer sehr empfindlichen von K. Sorge angegebenen Methode zum Beobachten kleiner Phasendifferenzen[1]) wurden daher alle drei Exemplare 1, 2 und 6 zunächst im durchgehenden Licht untersucht; sie zeigten sämtlich Spannungen, am meisten No. 1, am wenigsten No. 2. Gleichzeitig erwies sich das Prisma 4 als praktisch spannungsfrei.

V. Die Messungen im Gebiet der Totalreflexion bei künstlich erzeugtem Druck.

§ 9. An niedrig brechendem Glas.

Die Untersuchung über den Einfluß des Drucks auf den Phasendifferenzverlauf wurde für $\lambda = 546\mu\mu$ an dem spannungsfreien Prisma 4 eingehend durchgeführt. Der Druck wurde mit dem oben (§ 4) beschriebenen Druckapparat hervorgerufen und das im Apparat befindliche gepreßte Prisma auf dem Spektrometertisch untersucht. Die erhaltenen Beobachtungswerte sind in der folgenden Tabelle mitgeteilt.

Es bezeichnet: φ den Einfallswinkel, B die Kompensatorzahl, Δ die Phasendifferenz.

No. 1 der Tabelle gibt die Messungsresultate beim Druck Null an; No. 2, 3, 4 und 5 enthalten die Phasendifferenz bei einseitigem Druck parallel zur brechenden Kante, also senkrecht zur Einfallsebene und zwar nimmt der Druck in der angegebenen Reihenfolge zu. A. und B. entsprechen einseitigem Druck in der Einfallsebene, also senkrecht zur brechenden Kante.

Prisma 4 (Blatt 7)
(stets $\lambda = 546\mu\mu$).

φ	B	Δ	φ	B	Δ
		1.			
[41° 9′ 10″		$-1{,}0000\,\pi$]	58° 14,2′	75,48	1,2236
41° 9′ 10″	72,00	$1{,}0000\,\pi$	[65° 0′		1,1975]
41° 56,5′	73,39	1,0893	65° 38,4′	74,73	1,1757
45° 13,8′	75,476	1,2237	79° 11,4′	73,17	1,0752
[47° 0′		1,2453]	[80° 0′		1,0830]
49° 18,4′	76,11	1,2630			
[51° 1′ 31″		$1{,}2589\,\pi$]	M =	0,04	
51° 47,5′	76,08	1,2624			

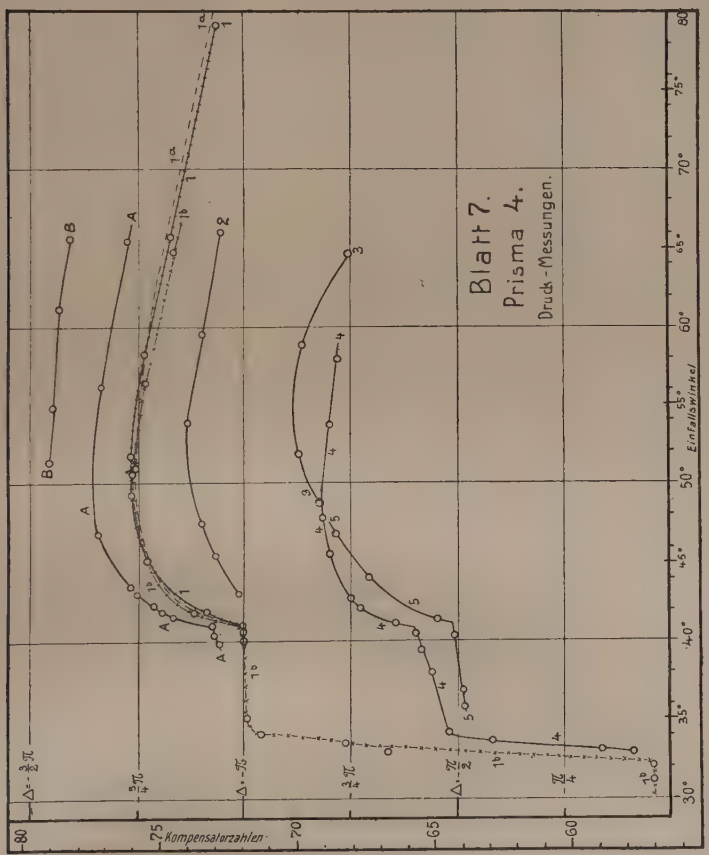
[1]) Dieselbe wird demnächst veröffentlicht werden.

No. 1 b enthält die Resultate einer Messung unmittelbar nach dem Aufhören der Druckwirkung 3.

φ	B
	1 b.
31° 4,1′	56,97
31° 55,3′	57,03
32° 59,2′	66,78
33° 37,5′	68,22
34° 15,9′	71,32
35° 13,8′	71,83
38° 8,8′	71,83
40° 6,4′	72,03
40° 45′	71,98
42° 4,4′	73,70
50° 36,9′	76,025
56° 27,1′	75,71
64° 51,7′	74,655
M =	0,04
	2.
43° 3,5′	72,185
45° 27′	73,04
47° 25,4′	73,55
53° 54,5′	74,10
59° 26,3′	73,50
65° 58,1′	73,00
M =	0,04
	3.
48° 48,6′	69,245
51° 59′	70,035
58° 50,2′	69,98
64° 47,9′	68,19
M =	0,09
	A.
39° 55,7′	72,88
40° 19,2′	73,06
40° 58,5′	73,065
41° 37,9′	74,52
41° 57,6′	74,93
42° 17,3′	75,22
42° 56,7′	75,87
43° 36,1′	76,04
46° 53,5′	77,30

φ	B
	4.
33° 0′	57,74
33° 10′	58,87
33° 40′	62,82
34° 10′	63,69
35° 50′	64,42
38° 5′	65,025
39° 30′	65,40
40° 38′	65,665
41° 10′	66,44
42° 2′	67,67
42° 50′	68,09
45° 30′	68,89
47° 50′	69,205
53° 50′	68,90
58° 0′	68,65
M =	0,064
	5.
35° 53,3′	64,00
36° 52,7′	63,95
40° 37,8′	64,24
41° 36,3′	64,80
44° 12,9′	67,475
46° 51,8′	68,69
M =	0,07
56° 7,6′	77,21
65° 27,5′	76,37
	B.
51° 26,1′	79,11
54° 43,4′	79,008
61° 4,5′	78,82
65° 38,1′	78,50
M =	0,026

Blatt 7 enthält die zugehörigen Kurvenzeichnungen. Die Indizes entsprechen den Nummern der Tabelle; hinzugefügt ist noch die nach der Fresnelschen Formel berechnete Kurve 1a. Um die Wirkung des Drucks auf die Phasendifferenz auch im nicht total reflektierenden Gebiet zu prüfen, wurde die Messung, so weit es technisch möglich war, auf Einfallswinkel ausgedehnt, die kleiner als der Grenzwinkel waren. Die



Änderung des Drucks von einer Messung zur folgenden konnte nach der Methode von Sorge qualitativ verfolgt werden. Bei Kurve 3 war der Druck deutlich unregelmäßig verteilt, woraus sich wohl auch die erheblich geringere Genauigkeit erklärt.

Die Messungen zeigen folgendes:

1. Das Prisma 4 ergab ohne Druck sehr nahezu der Theorie entsprechende Phasendifferenzwerte (Kurve 1).

2. Wachsendem Druck in Richtung der brechenden Kante entspricht ein Sinken der Phasendifferenz an der Stelle $|\Delta_{max.}|$ von $|\frac{5}{4}\pi|$ nach Null hin.
3. Art und Verlauf der ganzen Kurve bleibt ungefähr erhalten, ins besondere die Unstetigkeitsstellen am Grenzwinkel φ_g und Polarisationswinkel φ_p (bei dem χ ein Minimum ist). Die Kurven werden also annähernd parallel verschoben. Durch den Druck wird die Größe von φ_g und φ_p kaum geändert. Ferner bleibt der charakteristische Typus der Phasendifferenzkurve um so mehr gewahrt, je gleichmäßiger der Druck in einer Richtung verteilt ist.
4. Druck senkrecht zur brechenden Kante (in der Einfallsebene) gibt Phasendifferenzänderungen nach der anderen Seite, also ein Anwachsen von $|\Delta|$.
5. Direkte Trennung in 2 Strahlen bei den letztgenannten Versuchen war nur bei sehr hohem Druck zu erkennen.
6. Nach Aufhören des Drucks ergaben sich sogleich wieder die normalen Δ-Werte.

Wie zu erwarten ist, bewirkt ein Druck in Richtung der brechenden Kante eine stärkere Änderung der Phasendifferenz, da hier der Lichtstrahl stets senkrecht zur optischen Achse des gepreßten Glases verläuft, welches nun wie ein Kristall wirkt, während er bei der anderen Druckrichtung einen spitzen Winkel mit der optischen Achse bildet.

Da der Druck die Δ-Kurve nahezu parallel verschiebt, scheint die im Glas durchlaufene Schichtdicke wenig für die Erscheinung in Betracht zu kommen. Nahe am Grenzwinkel φ_g ist die durchlaufene Strecke am kleinsten[1]), um für streifende Inzidenz ihr Maximum zu erreichen. Wenn sie also zur Wirkung kommt, müßte der Einfluß des Drucks im Gebiet der Totalreflexion mit wachsendem Einfallswinkel zunehmen. Das ist jedoch nach den Messungen nur in ganz geringem Maße der Fall. Man würde wohl höheren Druck und verschiedene Prismengrößen anwenden müssen, um zu entscheiden, wie der im Prisma durchlaufene Weg auf die Phasendifferenzänderung durch Druck einwirkt und welchen Einfluß darauf die durch Druck etwa erzeugte Modifikation der reflektierenden Fläche hat.

§ 10. An amorphem Siliciumdioxyd.

Dieselbe Methode wurde auf das Prisma 1 angewandt. In der folgenden Tabelle ist wieder der Einfallswinkel φ und die Kompensatorzahl B angegeben und außerdem noch das Reflexionsazimut χ.

Die Reihen I und II entsprechen einseitigem Druck parallel zur brechenden Kante. Ia und IIa sind Messungen ohne Druck, sogleich nach der Beseitigung des bei I bezw. II wirkenden Drucks angestellt.

[1]) Vgl. die Prismen-Skizze § 4.

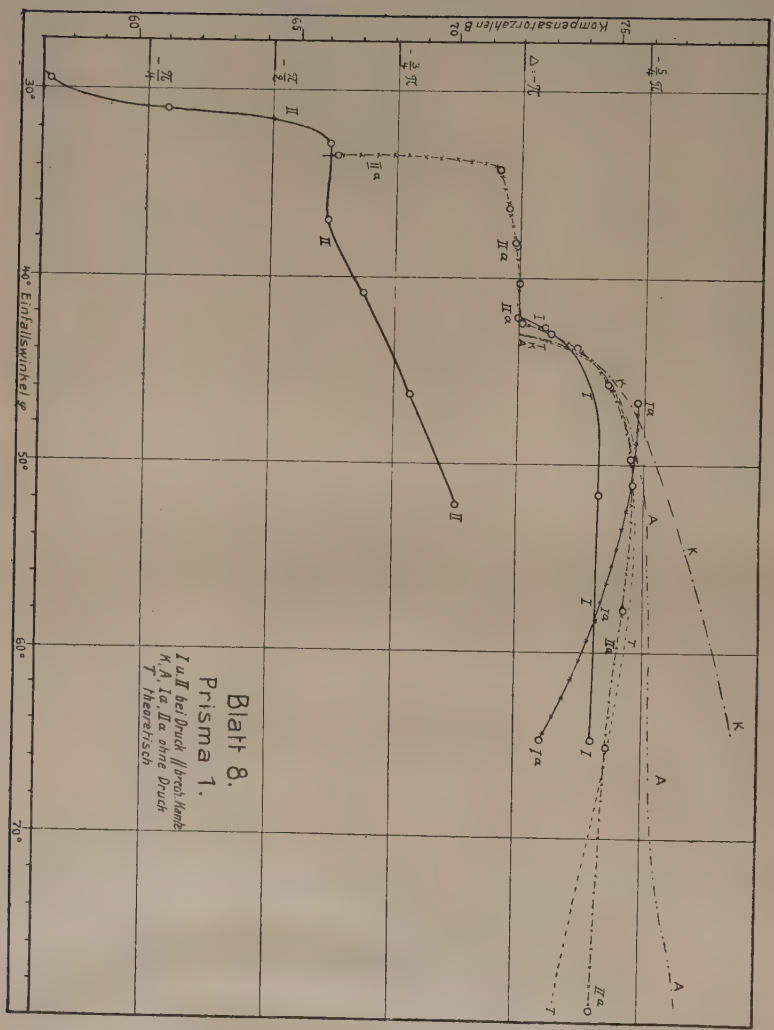
Prisma 1. (Blatt 8) $\lambda = 546\mu\mu$.

φ	B	χ	φ	B	χ
	I.			IIa.	
42° 23,7′	71,91	nahe bei	33° 40,9′	66,16	0,6°?
42° 52,7′	72,66	∓ 45°	34° 21,4′	71,42	4,40°?
51° 58′	74,44		36° 23,3′	71,54	7,11
64° 53′	74,34		37° 44,9′	71 64	12,35
	Ia.		40° 27,7′	71,93	24,24
46° 53′	75,63		41° 50,8′	72,07	28,05
51° 13′	75,45		42° 31,9′	72,08	31,15
64° 53′	72,66		43° 13′	73,00	46,00
	II.		44° 43′	73,70	45,08
			45° 57′	74,78	
29° 35,9′	57,39	∓ 5,40°	50° 27′	75,50	
30° 55,6′	61,00	3,05°	58° 4,7′	75,29	
32° 55,9′	66,00	8,10	65° 18,1′	74,70	
36° 59,5′	66,03	14,60	79° 27,6′	74,52	
41° 5,2′	67,00	44,10			
46° 26,8′	68,56	45,18			
52° 20,3′	70,00	44,70			

In der Darstellung auf Blatt 8 (siehe Seite 28) ist noch die Messung Kynast (K), die theoretische Kurve (T) und meine Anfangsmessung (A) von Blatt 4 (Grün), zum Vergleich eingezeichnet.

Es zeigte sich folgendes:

1. Durch einen gewissen Druck, in Richtung der brechenden Kante wurde ein Verlauf der Phasendifferenz erzielt, der annähernd den nach Fresnel berechneten Werten für diesen Brechungsindex entspricht (Tabelle I, bezw. Kurve I auf Blatt 8).
2. Nach dem Versuch I blieb das Prisma fast unverändert in Größe und Verlauf der Phasendifferenz, sobald der Druck wegfiel (Tabelle Ia und Kurve Ia).
3. Ein größerer Druck rief wie beim Glasprisma 4 weiteres Sinken der Phasendifferenz hervor (Tabelle II und Kurve II).
4. Nach der Messung II kehrte es zum normalen Phasendifferenzverlauf zurück (IIa), so daß also jetzt ein ziemlich normales Prisma daraus geworden war, das nach jeder Pressung wieder nahezu die theoretisch richtige Phasendifferenz ergab. Auffallend ist, daß bei der letzten Messung IIa (ohne Druck) ein um etwa 2° kleinerer Grenzwinkel auftritt. Man könnte daher eine Änderung des Brechungsquotienten vermuten. Derselbe wurde deshalb nochmals für die Wellenlängen $546\mu\mu$ und $436\mu\mu$ bestimmt; er zeigte aber weit innerhalb der Fehlergrenzen den gleichen Wert wie früher.


Kompensatorzahlen B
75
70
65
60
$-\frac{5}{4}\pi$
$\Delta-\pi$
$-\frac{3}{4}\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{4}$
30°
40°
50°
60°
70°
Einfallswinkel φ
K
A
I
II
Ia
IIa
Blatt 8.
Prisma 1.
I u. II bei Druck // brech. Kante
K, A, Ia, IIa ohne Druck
T theoretisch

§ 11. An hochbrechendem Glas.

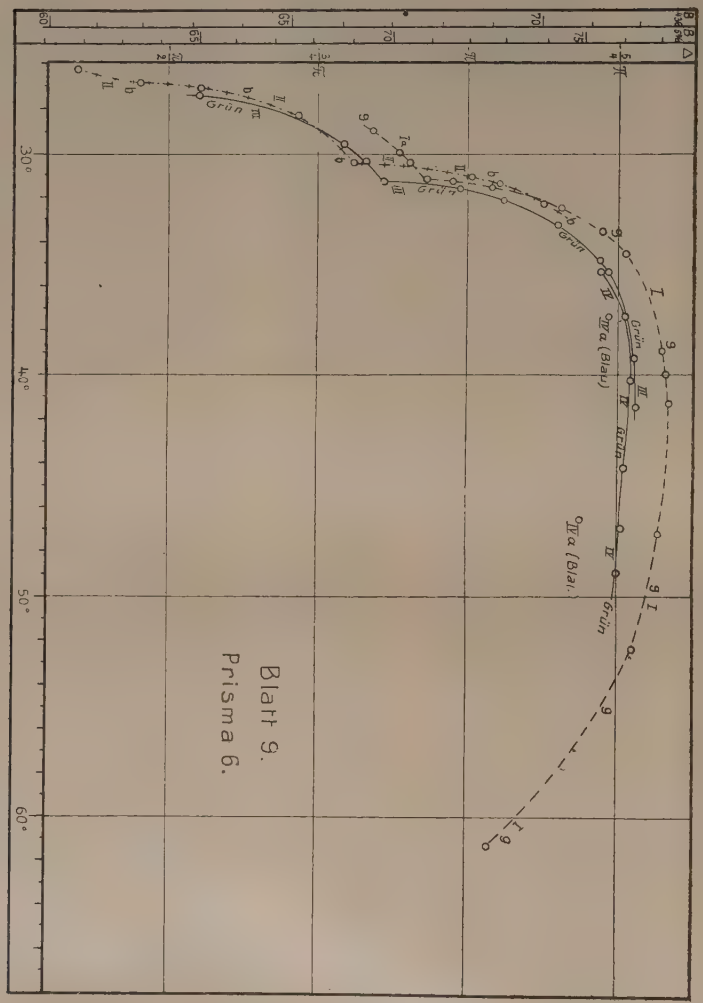
Endlich war noch die Frage zu erörtern, ob wohl ein Grund für das verschiedene Vorzeichen der Phasendifferenzanomalie bei No. 6 und die dort auftretende falsche Farbenfolge (im Gegensatz zu dem Verhalten von No. 1 und 2) zu finden ist. Wie eingangs erwähnt (§ 1), wird nach den Messungen von **Pockels** im durchgehenden Licht Glas von hohem Brechungsindex bei einseitigem Druck nicht mehr negativ, sondern positiv doppelbrechend. Die Grenze zwischen beiden Arten der Druckwirkung liegt bei $n = 1{,}88$. Für unser Prisma 6 mit dem Brechungsindex 1,9166 war also auch im Gebiet der Totalreflexion eine Wirkung des Drucks zu erwarten, die der bei den übrigen Prismen entgegengesetzt ist. Die Beobachtungen haben dies durchaus bestätigt. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle mitgeteilt. In ihr beziehen sich I und II auf eine Messung ohne Druck für 546μμ bezw. 436μμ, III und IV enthalten Phasendifferenz- und Azimutwerte für 546μμ bei Druck senkrecht zur brechenden Kante. Derselbe Druck wie bei IV lieferte für $\lambda = 436$μμ die in IVa mitgeteilten Werte.

Prisma 6 (Blatt 9).

φ	B	χ
I. Grün (ohne Druck).		
32° 44,8′	74,40	
33° 47,3′	75,55	
34° 49,6′	76,10	
38° 56,9′	77,00	
39° 57,8′	77,06	
41° 28,4′	77,18	
42° 28,2′	77,20	
47° 15,8′	76,975	
52° 29,5′	76,25	
61° 14,3′	72,74	
M =	0,02	
II. Blau (ohne Druck).		
26° 20,4,	60,65	∓ 4,40°
26° 53′	62,03	4,20°
27° 11,1′	63,19	9,61
28° 27,1′	65,15	17,30
30° 29,2′	66,38	40,10
31° 16,4′	68,76	45,50
31° 27′	68,93	44,90
31° 32,5′	69,04	45,45
31° 38,8′	69,18	44,85
32° 24,8′	70,17	45,40
M =	0,064	

φ	B	χ
III. Grün (mit Druck).		
27° 39,2′	64,89	∓ 6,20°
29° 44,0′	68,72	18,50
30° 31,5′	69,51	25,27
31° 37,7′	69,70	35,20
31° 48,7′	71,77	44,40
32° 20,1′	72,95	45,20
33° 23,1′	74,31	45,65
34° 56,7′	75,34	44,80
35° 27,9′	75,63	45,00
38° 33,2′	76,27	44,90
41° 35,0′	76,44	45,10
M =	0,056	
IV. Grün (mit Druck).		
35° 32,3′	75,38	∓ 45,00°
37° 38,1′	76,05	45,20°
40° 22,5′	76,21	45,29
44° 25,3′	76,00	45,40
47° 0,1′	75,97	46,00°
48° 56,7′	75,87	46,20
M =	0,026	
IVa. Blau (mit Druck).		
37° 29,4′	71,43	45,30°
46° 37,8′	70,87	46,10°
M =	0,08	

Die entsprechenden Kurven enthält Blatt 9. Es ist I mit g und II mit b versehen und gestrichelt eingezeichnet.



Die Messung I zeigt jetzt etwas niedrigere Werte von B als die entsprechende frühere (Tabelle Seite 19 und grüne Kurve Blatt 6). Das Prisma war in der Zwischenzeit bei anderen Versuchen durch Auffallen auf eine Eisenplatte stark erschüttert worden und hatte dadurch wohl seinen Spannungszustand geändert.

Das Resultat ist also folgendes: Die absoluten Werte der Phasendifferenz ($|\Delta|$) wurden bei Prisma 6 durch Druck senkrecht zur brechenden Kante erniedrigt. Ferner liegen die Werte der Phasendifferenz für die Wellenlänge 436μμ bei Druck niedriger als für 546μμ, da die durch den Druck hervorgebrachte Änderung von $|\Delta|$ auch hier mit abnehmender Wellenlänge wächst.

Man kann demnach die in Blatt 6, 4, 5 bei No. 6 und bei No. 1 und 2 aufgetretene Phasendifferenzanomalie auf dieselbe Ursache zurückführen, trotzdem $|\Delta|$ bei Prisma 6 vom theoretischen Wert nach oben, bei Prisma 1 und 2 dagegen nach unten abweicht: es dürften nämlich alle drei Prismen in gleicher Weise bei der Herstellung, insbesondere beim Erstarren einen Druck senkrecht zur brechenden Kante erhalten haben, der dann bei No. 1 und 2 ein Anwachsen und bei No. 6 ein Sinken von $|\Delta|$ in der Totalreflexion bewirkt hat. Aus den letzten Druckbeobachtungen an No. 6 (Blatt 9) erklärt es sich auch, daß in § 8 $|\Delta_{436}|$ für dieses Prisma kleiner als $|\Delta_{546}|$ gefunden wurde.

Damit ist klargestellt, daß für Phasendifferenz-Anomalien in der Totalreflexion in hohem Maße Spannungen im Prismenmaterial verantwortlich zu machen sind. Vielleicht rührt die besonders bei amorphem SiO_2 und hochbrechendem Glas sich zeigende Abweichung daher, daß Prismen aus diesen Materialien infolge ihrer schwierigeren Herstellung besonders leicht Spannungen erhalten.

Für das Prisma 1 bleibt auch ferner noch unerklärt

1. das Verhalten dieses Prismas nach dem ersten Druckversuch.
2. Die nahezu $-\pi$ betragende Phasendifferenz am Grenzwinkel der Totalreflexion nach den Messungen von Kynast.
3. Das hohe Ansteigen von $|\Delta|$ für große Einfallswinkel.
4. Die auffallend große Änderung von Δ mit der Wellenlänge (während **Pockels** gerade bei niedrigem Brechungsquotienten die durch Druck erzeugte Phasendifferenz im durchgehenden Licht ziemlich genau der Wellenlänge proportional fand).

Bemerkt sei noch, daß in den von **Kynast** und anderen angestellten Versuchen mit zwei aneinander gepreßten Prismen über das bei der Totalreflexion in das zweite Medium eindringende Licht leicht der Druck im Glas das Resultat beeinflussen kann.

VI. Der elliptische Halbschattenanalysator nach Zakrzewski.

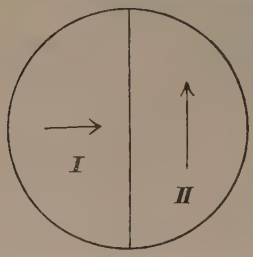
§ 12. Theorie.

Zakrzewski gibt in seiner Abhandlung[1]) eine Methode an, durch welche die in der Polarimetrie viel benutzte Einstellung auf Halbschatten

[1]) Zakrzewski, bull. de l'acad. des sciences de Cracovies Nov. 1907. Math. p. 1106. Krakau.

auch für die Untersuchung von elliptisch polarisiertem Licht angewandt werden kann:

Es wird vor einem Nikol eine Doppel-$\lambda/_4$-Platte aus Quarz befestigt, so daß Nikol und Platte zusammen ein drehbares Ganze bilden, den sogenannten „elliptischen Halbschattenanalysator". Die Quarzplatte ist aus zwei $\lambda/_4$-Blättchen mit scharfer Trennungskante so zusammengefügt, daß die optischen Achsen in den beiden Hälften I und II senkrecht zueinander und zum Lichtstrahl stehen. Mit den Hauptrichtungen des Nikol bilden die Achsen einen kleinen Winkel β. Geht jetzt ein elliptisch polarisierter Lichtstrahl durch den Kompensator und diesen elliptischen Analysator, so sieht man nur dann die Felder I und II der beiden Plattenhälften gleich hell ($J_I = J_{II}$), wenn der Kompensator die vorhandene Phasendifferenz kompensiert, wenn also lineares Licht auf die Doppelplatte fällt. Der elliptische Analysator zeigt dann „Halbschatten" und behält ihn bei einer ganzen Umdrehung um 360°. Es ändert sich beim Drehen nur die absolute Helligkeit des Gesamt-Gesichtsfeldes. Für die dunkelste Halbschattenstellung gilt die Beziehung:



$$\operatorname{tg}(2\varepsilon) = -\operatorname{tg}(2\beta) \cdot \cos(2\pi\Gamma)\ ^{1})$$

wo ε der Winkel zwischen Lichtschwingung und der einen optischen Achse, und Γ der vom Quarzplättchen erzeugte Gangunterschied ist. Für den günstigsten Wert $\Gamma = {}^1/_4$ wird $\varepsilon = 0$. Das noch durch eine wahrnehmbare Helligkeitsdifferenz $J_I - J_{II}$ bei der dunkelsten Stelle meßbare Ellipsenachsen-Verhältnis im untersuchten Licht ergibt sich nach **Zakrzewski** zu $\frac{b}{a} \geqq \frac{F}{4} \cdot \operatorname{tg}\beta$, wobei $\frac{J_I - J_{II}}{\frac{1}{2}(J_I + J_{II})} \geqq F$ ist. F bezeichnet das Maß der erzielten photometrischen Genauigkeit. **Zakrzewski** setzt $F = 0{,}01$.

Für die Phasendifferenz Δ folgt hieraus als untere Grenze $\Delta = \delta_p - \delta_s \geqq \frac{F}{2} \frac{\operatorname{tg}\beta}{\sin(2\chi)}$ wobei χ das Reflexionsazimut $\operatorname{arc\,tg} \frac{R_p}{R_s}$ ist. Bei $\chi = 45^0$ ist Δ am genauesten bestimmbar; es wird dann, wenn wir $\beta = 2{,}5^0$ setzen, $\Delta \geqq \frac{4}{100\,000} \lambda$.

§ 13. Experimentelle Anordnung.

Die benutzte Quarzdoppelplatte war von **Steeg** und **Reuter** (Homburg v. d. H.) geliefert worden. Sie hatte etwa 22 mm Durchmesser und war mit den beiden Deckgläsern in einen Eisenring gefaßt. In Blatt 1 ist die Doppelplatte durch Z. Pl. gekennzeichnet. Sie wird durch Auto-

[1]) In der Originalabhandlung ist irrtümlich in dieser Gleichung ε und β statt 2ε und 2β angegeben.

kollimation möglichst senkrecht zum Strahlengang gestellt. Die Messung von Phasendifferenzen geschieht in folgender Weise: Man bestimmt den Einfallswinkel φ an der reflektierenden Fläche und stellt dann das Beobachtungsfernrohr so, daß das Bild des Collimatorspaltes in die Mitte des Fadenkreuzes fällt[1]). Entfernt man das Okular-Linsensystem und setzt an die Stelle des Fadenkreuzes einen Okularspalt, so sieht man mittelst des Fernrohrobjektivs als Lupe (eventuell unter Benutzung eines geeigneten Brillenglases) in dem runden Gesichtsfeld scharf die Trennungslinie der Plättchenhälften. Jetzt dreht man den Kompensator so lange, bis das ganze Gesichtsfeld gleichmäßig hell ist (bei dem benutzten Plättchen verschwand hierbei im Halbschattenfelde die Trennungslinie nur teilweise); in der Analysatorstellung, welche größte Dunkelheit des Gesichtsfeldes hervorruft, ist diese Halbschatteneinstellung sehr empfindlich, schon eine kleine Verrückung des Kompensators aus der richtigen Lage ruft eine deutliche Helligkeitsverschiedenheit hervor.

§ 14. Genauigkeit.

In dieser Weise wurde eine Reihe von Phasendifferenzmessungen mit der Wellenlänge 546 $\mu\mu$ an Prisma No. 4 und 6 in der Umgebung von φ_g angestellt. Die erhaltenen Werte sind in den folgenden Tabellen a und b mitgeteilt.

a) Prisma 4 bei φ_g (Blatt 10).

φ	$\delta\varphi$	$B_1(+\alpha)$	$B_2(-\alpha)$	B	m_1	m_2	M
39° 13′35″	— 1° 56′35″	71,62	71,65	71,637	0,0088	0 0088	0,0029
40° 4′53″	— 1° 4′17″	71,67	71,71	71,69	0,0082	0,0200	0,0054
41° 3′51″	— 0° 5′19″	71,70	71,88	71,79	0,0082	0,0150	0,0043
41° 17′ 0″	+ 0° 7′50″	72,51	72,82	72,67	0,0141	0,0082	0,0041
41° 43′13″	+ 0° 34′ 3″	73,30	73,50	73,40	0,0224	0,0133	0,0065

b) Prisma 6 bei φ_g (Blatt 10).

29° 5,6′	— 2° 21,4′	67,94	71,36	69,65	0,012	0,150	0,0380
30° 8,2′	— 1° 18,8′	69,44	71,155	70,24	0,058	0,089	0,0265
30° 38,5′	— 0° 48,5′	69,78	71,45	70,62	0,037	0,040	0,016
31° 10,8′	— 0° 16,2′	70,042	71,735	70,89	0,022	0,043	0,0122
31° 26,5′	— 0° 0,5′	71,292	71,915	71,553	0,015	0,039	0,0103
31° 42,2′	+ 0° 15,2′	72,38	72,96	72,67	0,033	0,023	0,0103

Hierin bedeutet:

1) φ den Einfallswinkel. 2) $\delta\varphi$ den Winkel $\varphi - \varphi_g$. 3) B_1 das aus 4 Kompensatorablesungen bei positivem Einfallsazimut $(+\alpha)$ gewonnene

[1]) So beseitigt man die von **Zehnder** störend empfundene Schwierigkeit genauer Einfallswinkelmessung. Zehnder, Ann. d. Phys. (4) 26, 1908 p. 995.

arithmetische Mittel. 4) B_2 dasselbe für $-\alpha$. 5) B den Wert $\frac{1}{2}(B_1 + B_2)$. 6) m_1 den mittleren Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma(v^2)}{3}}$ für eine Beobachtung der Reihe, aus welcher B_1 gewonnen ist. 7) m_2 das gleiche für die zu B_2 gehörenden 4 Beobachtungen. 8) $M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_1^2 + m_2^2}{4}}$ den mittleren Fehler des Gesamt-Resultats B.

In der Totalreflexion machte sich jede etwa vorhandene Spannung im durchstrahlten Material störend durch Inhomogenität des Halbschattenfeldes bemerkbar. Daher sind Prisma 4 und 6 in der Genauigkeit sehr verschieden, da No. 6 Spannungen hatte, No. 4 dagegen fast gar nicht (vgl. § 11).

Die mittlere Genauigkeit beträgt nach Tabelle a) und b)

$$\text{bei } 4\text{: } m_\Delta = \frac{42}{100\,000}\,\lambda\text{;}\quad \text{bei } 6\text{: } m_\Delta = \frac{154}{100\,000}\,\lambda.$$

In den folgenden Tabellen c) und d) sind zum Vergleich die Resultate einer Messungsreihe mitgeteilt, bei der abwechselnd mit Quarzplatte (Reihe II) und ohne Quarzplatte (Reihe I) beobachtet wurde. B und m haben darin die oben angegebene Bedeutung, v ist die Abweichung vom arithmetischen Mittel in Teilen der zweiten Dezimale von B mitgeteilt.

c) Prisma 4 bei $\varphi = 41^0\ 43'13''$

I.				II.			
B	v	v^2	m	B	v	v^2	m
$\alpha = +45^0$				$\alpha = +45^0$			
73,33	+ 4	16	$\sqrt{\frac{26}{3}}$	73,29	− 1	1	$\sqrt{\frac{15}{3}}$
26	− 3	9		31	+ 1	1	
28	− 1	1	$= 2{,}95$	32	+ 2	4	$= 2{,}24$
29	0	0		27	− 3	9	
$B_1 = 73{,}29$		26		$B_1 = 73{,}30$		15	
$\alpha = -45^0$				$\alpha = -45^0$			
73,42	+ 4,5	20,25	$\sqrt{\frac{99}{3}}$	73,52	+ 2	4	$\sqrt{\frac{5{,}25}{3}}$
36	− 1,5	2,25		49	− 1	1	
42	+ 4,5	20,25	$= 5{,}75$	50	0	0	$= 1{,}33$
30	− 7,5	56,25		495	− 0,5	0,25	
$B_2 = 73{,}375$		99,00		$B_2 = 73{,}50$		5,25	

d) Prisma 6 bei $\varphi = 31^0\ 26{,}5'$

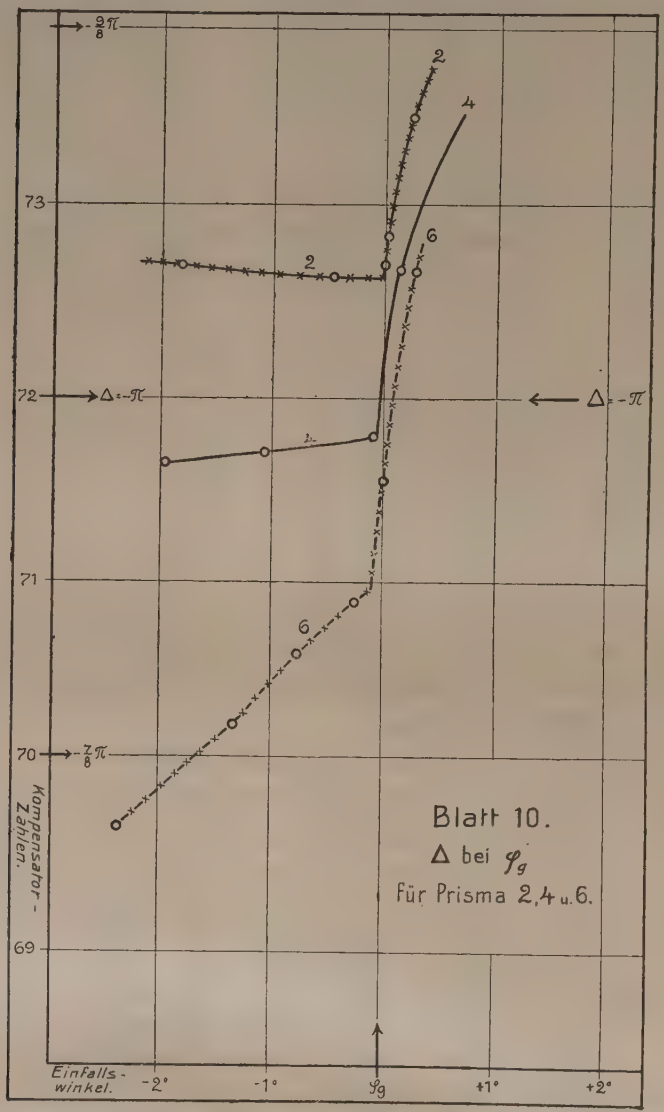
I.				II.			
B	υ	υ^2	m	B	υ	υ^2	m
$\alpha = +45^0$				$\alpha = +4^0$			
71,61	−0,5	0,25	$\sqrt{\frac{101}{3}}$	71,31	+1 8	3,24	$\sqrt{\frac{6,76}{3}}$
54	−7,5	56,25	$= 5{,}8$	28	−1,2	1,44	$= 1{,}47$
63	+1,5	2,25		30	+0,8	0,64	
68	+6,5	42,25		28	−1,2	1,44	
$B_2 = 71{,}615$		101,00		$B_1 = 71{,}292$		6,76	
$\alpha = -45^0$				$\alpha = -45^0$			
71,44	−4,5	20,25	$\sqrt{\frac{35}{3}}$	71,88	−3,5	12,25	$\sqrt{\frac{45}{3}}$
48	−0,5	0 25	$= 3{,}42$	91	−0,5	0,25	$= 3{,}87$
52	+3,5	12,25		97	+5,5	30,25	
50	+1,5	2,25		90	−1,5	2,25	
$B_2 = 71{,}485$		35,00		$B_2 = 71{,}915$		45,00	
	$B = 71{,}55$				$B = 71{,}553$		

Außerdem sei hier noch eine Messung in diesem Gebiet an No. 2 ohne Platte angeführt (Tabelle e).

e) Prisma 2 ($\varphi_g = 43^0\ 12{,}7'$)

$\delta\varphi = \varphi - \varphi_g$	B	χ
$-5^0\ 54{,}3'$	72,31	—
$-1^0\ 49{,}5'$	72,69	$28{,}39^0$
$-0^0\ 27{,}4'$	72,63	36,39
$-0^0\ 1{,}3'$	72,69	42,75
0^0	72,85	45,16
$+0^0\ 13{,}7'$	73,49	44,98
M =	0,026	

Die Werte B aus den Tabellen a), b) und c) sind auf Blatt 10 graphisch dargestellt. Diese Kurven bestätigen weiter das Vorhandensein von Spannungen und deren Einfluß auf die Phasendifferenz bei den Prismen



2 und 6, da sich für No. 4 ein nahezu normaler Phasendifferenzverlauf ergibt, während No. 2 den Kurven A und B bei künstlichem Druck (Blatt 7) und No. 6 den anderen Kurven 2, 3 entspricht.

In derselben Weise ist bei Prisma 4 die Umgebung des Hauptein**fallswinkels** bei gewöhnlicher Reflexion in Luft an Glas nach der Zakrzewskischen Methode auf Phasendifferenzen untersucht worden, um die Brauchbarkeit des Verfahrens in diesem Gebiet zu prüfen.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle f wiedergegeben.

f) Prisma 4 in der Umgebung von φ_p

φ	$\delta\varphi = \varphi - \varphi_p$	B_1	B_2	B	m_1	m_2	M
53° 11,8′	− 3° 27,4′	54,795	56,415	55,605	0,013	0,030	0,0082
54° 11,8′	− 2° 27,4′	54,570	55,870	55,220	0,041	0,028	0,0125
56° 11,8′	− 0° 27,4′	51,350	47,71	49,530	0,033	0,185	0,0805
56° 51,8′	+ 0° 12′34″	47,970	43,493	45,731	0,101	0,111	0,038
57° 40,4′	+ 1° 1,2′	44,535	42,150	43,342	0,0583	0,052	0,020
58° 51,8′	+ 2° 12,6′	42,895	41,893	42,494	0,033	0,044	0,014
59° 51,8′	+ 3° 12,6′	42,195	41,620	41,907	0,031	0,027	0,0104

Die Genauigkeit wächst hier annähernd proportional sin (2χ), wie die angegebene Formel verlangt. Am Polarisationswinkel (mit $\chi_{min.}$) ist sie am geringsten. Es ergab sich dort: $m_\Delta = \frac{400}{100000}\lambda$, also eine noch ziemlich befriedigende Genauigkeit.

In der folgenden Tabelle g) sind wieder aus f) einige Werte von Beobachtungen mit Quarzplatte (Reihe II) den entsprechenden ohne Platte (Reihe I) gegenüber gestellt.

g) Prisma 4 bei $\varphi = 57^0\,40{,}4'$

I.				II.			
B	υ	υ^2	m	B	υ	υ^2	m
$\alpha = +45^0$				$\alpha = +45^0$			
44,65	+ 26	676	$\sqrt{\frac{1666}{3}}$	44,52	− 1,5	2,25	$\sqrt{\frac{101}{3}}$
49	+ 10	100		59	+ 5,5	30,25	
10	− 29	841	$= 23{,}4$	46	− 7,5	56,25	$= 5{,}83$
32	− 7	49		57	+ 3,5	12,25	
$B_1 = 44{,}39$		1666		$B_1 = 44{,}535$		101	
$\alpha = -45^0$				$\alpha = -45^0$			
42,32	+ 7	49	$\sqrt{\frac{1275}{3}}$	42,20	+ 5	25	$\sqrt{\frac{82}{3}}$
49	+ 24	576		11	− 4	16	
20	− 5	25	$= 20{,}4$	19	+ 4	16	$= 5{,}2$
0	− 25	625		10	− 5	25	
$B_2 = 42{,}25$		1275		$B_2 = 42{,}15$		82	
$B = 43{,}32$				$B = 43{,}34$			

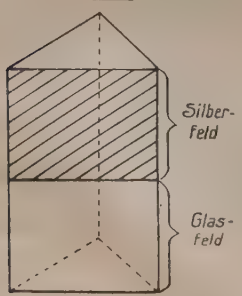
Die Quarzplatte erhöht also die Genauigkeit in normalen Fällen auf etwa das Doppelte. Sie ist nicht anwendbar bei Totalreflexion in gepreßtem Glas und allen Spannungen zeigenden Medien, auch Unebenheiten einer Fläche setzen die Genauigkeit bei der gewöhnlichen Reflexion herab. Am meisten zeigt sich der Vorteil der Methode bei Messungen von Δ in der Nähe des Polarisationswinkels.

Nach Abschluß dieser Versuche erschien eine Arbeit von **Zehnder**[1]). Der Verfasser teilt darin Messungen von Phasendifferenzen mit, die er mit Hilfe seines Halbschattenanalysators (Nikol und Rauchglasplatte nebeneinander) angestellt hat. So weit es sich nach seinen Angaben beurteilen läßt, hat er Δ etwa ebenso genau bestimmen können, wie bei den in diesem Abschnitt mitgeteilten Messungen nach dem Verfahren von Zakrzewski.

VII. Das Lummersche Halbschattenprinzip.

§ 15. **Lummer**[2]) hat folgende Anordnung für ein Halbschatten-Polarimeter angegeben: Man versilbert die Hypotenusen-Fläche eines spannungsfreien rechtwinkligen Glasprismas und nimmt einen Teil des Silberbelages wieder fort. Dabei hat man dafür zu sorgen, daß die beiderlei Felder (das „Glasfeld" und das „Silberfeld") mit scharfen Rändern aneinander stoßen und eine zur brechenden Prismenkante senkrechte Richtung haben. Dieses Prisma setzt man auf den Spektrometertisch und orientiert es so, daß die durch einen Polarisator gegangenen Kollimatorstrahlen durch die eine Kathetenfläche eintreten, am Glasfeld der Hypotenusenfläche gerade eben total reflektiert werden und durch die andere Kathete das Prisma verlassen[3]). Das Licht gelangt dann in das Beobachtungsfernrohr, welches anstatt des Fadenkreuzes einen Okularspalt mit einer nach vier Seiten variablen rechteckigen Öffnung besitzt. Dieselbe muß bei richtiger Anordnung vollkommen von dem Bilde des Kollimatorspaltes ausgefüllt werden.

Nach Fortnahme des Okulars sieht das durch den Spalt blickende Auge die ganze Prismenfläche leuchtend und kann mittelst des Fernrohrobjektivs als Lupe wiederum eventuell unter Benutzung eines geeigneten Brillenglases scharf auf die Trennungslinie zwischen dem Glas- und Silberfeld der Hypotenusenfläche akkommodieren.

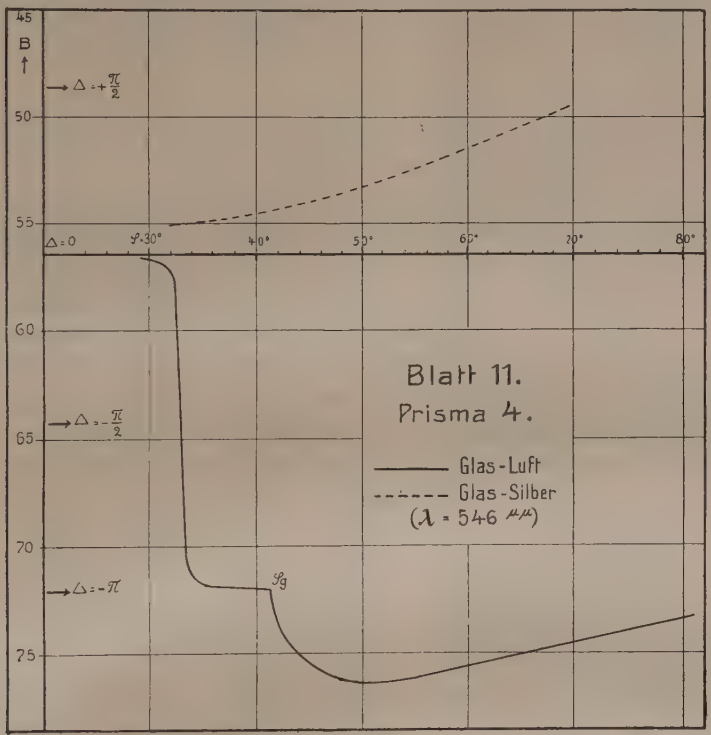


[1]) Zehnder, Ann. d. Phys. (4) 26, 1908 p. 990.

[2]) O. Lummer, Verh. d. Ges. deutsch. Naturf. u. Ärzte, Wien 1894 II, 1 p. 79. Zts. f. Instrkd. 15, 1895, p. 293.

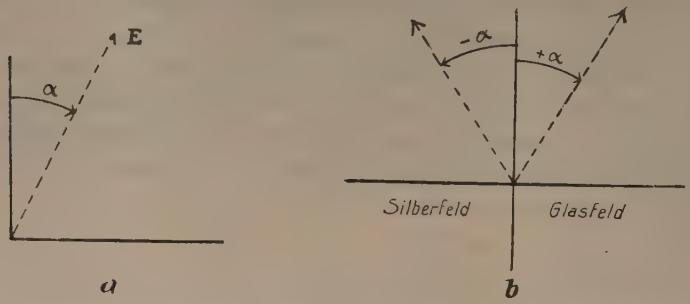
[3]) Vgl. die Skizze der Prismen-Grundfläche (Basis) in § 4 und nebenstehende Ansicht der Hypotenuse.

Bringt man jetzt vor dem Okjektiv einen Analysator in den Strahlengang, so ist das Halbschattenprinzip verwirklicht. Die von beiden Feldern reflektierten Strahlen sind nämlich annähernd linear polarisiert, haben aber (außer wenn das Polarisatorazimut α gleich 0^0 oder 90^0 ist) ein verschiedenes Polarisationsazimut. Die relative Helligkeit der Gesichtsfeldhälften ändert sich also beim Drehen des Analysators. Es gibt nur zwei um 90^0 verschiedene Lagen desselben, bei denen „Halbschatten" eintritt, d. h. beide Felder gleich hell erscheinen. Das Entstehen des Halbschattens läßt sich leicht aus den Polarisationsverhältnissen bei der Reflexion am „Glasfeld" und am „Silberfeld" übersehen. Für das von mir benutzte Prisma No. 4 gibt Blatt 11 die Werte von Δ an. Es stellt dort die ausgezogene Kurve die Reflexion von Glas zu Luft und die



gestrichelte die von Glas gegen Silber dar. Man sieht, daß die Phasendifferenz am Grenzwinkel φ_g der totalen Reflexion für das Glasfeld $-\pi$ und für das Silberfeld etwa $+\frac{\pi}{7}$ beträgt. Das Reflexionsazimut χ ist beim Glasfeld gleich $-\alpha$ und beim Silberfeld nahezu gleich $+\alpha$, wenn $+\alpha$ das Einfallsazimut bedeutet. Da aber, wie in § 6 erörtert, der Wert $-\pi$ für Δ nur einem Vorzeichenwechsel von χ entspricht, so wird das Glasfeld ($\Delta = -\pi$, $\chi = -\alpha$) unter dem gleichen Azimut $+\alpha$ linear pola-

risiert sein, wie der einfallende Strahl. Das Silberfeld dagegen ist schwach elliptisch polarisiert. Genähert kann man es jedoch auch als lineares Feld, aber mit dem Azimut $-\alpha$, betrachten. Dann hat man ein Halbschattenfeld in den beiden Gesichtsfeldhälften vor sich, dessen Schwingungsebenen die Skizze b gestrichelt darstellt, während in Skizze a die Richtung E der Schwingungsebene des einfallenden Strahls entspricht.



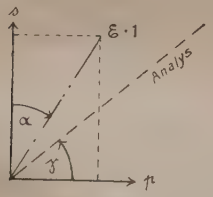
Es wird also Halbschatten eintreten, sobald die Analysator-Schwingungsebene in der Reflexionsebene oder senkrecht dazu steht.

Diese Betrachtung gilt zunächst für den Winkel φ_g. Es werden aber eine Reihe benachbarter Einfallswinkel ebenfalls zur Wirkung kommen, da von jedem Punkte der Hypotenusenfläche ein ganzer Strahlenkegel nach der Pupille des beobachtenden Auges verläuft. Für jeden dieser Winkel unterhalb von φ_g liegen die Polarisations-Verhältnisse ähnlich, im Gebiet der Totalreflexion wird jedoch auch das Glasfeld elliptisch.

Lippich[1]) hat bei einer Besprechung dieser Anordnung auf mehrere Fehlerquellen hingewiesen, die im folgenden näher untersucht werden sollen. Er erwähnt als solche insbesondere

1. die durch die Elliptizität hervorgerufene Herabsetzung der Halbschatteneinstellungs-Genauigkeit,
2. die Schwierigkeit, eine exakte Trennungslinie zwischen beiden reflektierenden Feldern herzustellen, und
3. die störenden im Glas sehr leicht auftretenden Spannungen.

Den ersten Punkt können wir theoretisch genau erörtern, während die Fehler 2 und 3 experimentell geprüft und möglichst beseitigt werden müssen.



Wir bestimmen also zunächst die theoretische Genauigkeit mit und ohne Berücksichtigung der Phasendifferenz des Silberfeldes. Die Hauptkomponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene haben (falls wir $E = 1$ setzen) für den reflektierten Strahl die Werte:

$$R_p = \sigma_p \cdot \sin \alpha$$
$$R_s = \sigma_s \cdot \cos \alpha,$$

[1]) Lippich, Sitzungsber. d. Wien. Akad. Abt. IIa, 1896 p. 351.

wo σ_p und σ_s die Reflexionskoeffizienten bezeichnen. Der beliebig gestellte Analysator lasse nur eine Schwingung durch, die unter dem Winkel γ gegen die Einfallsebene geneigt ist. Das zur Beobachtung gelangende Licht hat dann die Intensität

$$J = R_p^2 \cdot \cos^2\gamma + R_s^2 \sin^2\gamma + 2 R_p \cdot R_s \sin\gamma \cos\gamma \cos\Delta_R$$

Unterscheiden wir durch eingestrichene Buchstaben das am Glasfeld I und durch zweigestrichene das am Silberfeld II reflektierte Licht, so wird Halbschatten ($J_I' - J_{II}'' = 0$) bei einem Analysatorazimut γ_0 eintreten, welches der Gleichung genügt

$$0 = (R_p'^2 - R_p''^2)\cos^2\gamma_0 + (R_s'^2 - R_s''^2)\sin^2\gamma_0 + (R_p' R_s' \cos\Delta' - R_p'' R_s'' \cos\Delta'')\sin(2\gamma_0).$$

Hieraus folgt (wenn wir mit G eine Funktion des Einfallswinkels φ, des Brechungsquotienten n und des Absorptionsindex k bezeichnen):

$$\text{(Ia)} \quad \operatorname{tg}\gamma_0 = \mathfrak{G} \cdot \operatorname{tg}\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sigma_s'^2 - \sigma_s''^2}\left\{ \begin{matrix} -\sigma_p'\sigma_s' \\ +\sigma_p''\sigma_s'' \end{matrix} \cos\Delta' \pm \sqrt{\begin{matrix} -(\sigma_p'^2 - \sigma_p''^2)\cdot(\sigma_s'^2 - \sigma_s''^2) \\ +(\sigma_p'\sigma_s'\cos\Delta' - \sigma_p''\sigma_s''\cos\Delta'')^2 \end{matrix}}\right\}$$

Nehmen wir an, daß man auf 1 % genau photometrieren kann, so wird $\frac{J_I}{J_{II}} = 1 + \frac{1}{100}$ und bezeichnen wir diesen Wert mit C, so erhalten wir für den Analysatorwinkel γ_C, bei dem gerade noch eine Helligkeitsverschiedenheit der beiden Felder sichtbar ist:

$$\text{(Ib)} \quad \operatorname{tg}\gamma_C = \mathfrak{H} \cdot \operatorname{tg}\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sigma_s'^2 - C\sigma_s''^2}\left\{ \begin{matrix} -\sigma_p'\sigma_s' \\ +C\sigma_p''\sigma_s'' \end{matrix} \cos\Delta' \pm \sqrt{\begin{matrix} -(\sigma_p'^2 - C\sigma_p''^2)\cdot(\sigma_s'^2 - C\sigma_s''^2) \\ +(\sigma_p'\sigma_s'\cos\Delta' - \sigma_p''\sigma_s''\cos\Delta'')^2 \end{matrix}}\right\}$$

Die Genauigkeit der Halbschatteneinstellung wird durch die Differenz $\gamma_0 - \gamma_C$ angegeben, für welche man erhält

$$\operatorname{tg}(\gamma_0 - \gamma_C) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \cdot (\mathfrak{G} - \mathfrak{H})}{1 + \mathfrak{G}\cdot\mathfrak{H}\cdot\operatorname{tg}^2\alpha} = (\mathfrak{G} - \mathfrak{H})\cdot\operatorname{tg}\alpha \quad \text{(für kleines } \alpha\text{)}.$$

Vernachlässigt man die Elliptizität des Silberfeldes, setzt also $\Delta'' = 0$ und $\Delta' = -\pi$, so vereinfachen sich die Formeln sehr erheblich: es wird

$$\text{(II)} \quad \operatorname{tg}\gamma_0 = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{\sigma_p'' - \sigma_p'}{\sigma_s'' + \sigma_s'};\ \operatorname{tg}\gamma_C = \operatorname{tg}\alpha\cdot\frac{\sigma_p''\sqrt{C} - \sigma_p'}{\sigma_s''\sqrt{C} + \sigma_s'},$$

wo die σ jetzt absolut zu nehmen sind.

Nach beiden Formeln I und II kann der Faktor $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{H}$ und die Genauigkeit $\gamma_0 - \gamma_C$ berechnet werden.

Bei der experimentellen Untersuchung der Fehlerquellen 2) und 3) zeigte es sich, daß man durch sorgfältige Herstellung der Silberfelder (ausgeführt von der Firma **C. Zeiss** in Jena) eine im Halbschattenbilde wenigstens zum großen Teil verschwindende scharfe Trennungslinie erhalten kann. Bleibt dieselbe sichtbar, so vermindert sich die Einstellungsgenauig-

keit um mindestens die Hälfte. Schwieriger zu eliminieren ist die von Spannungen des Glases und Ungleichmäßigkeit der aufliegenden Silberschicht herrührende dritte Fehlerquelle. Beides verhindert die gerade bei genauen Messungen (mit kleinem Halbschattenwinkel) notwendige gute Gleichmäßigkeit des Gesichtsfeldes.

Es wurde daher das möglichst spannungsfreie Prisma No. 4 versilbert und daran die experimentellen Messungen angestellt. Die Silberstreifen lagen senkrecht zur brechenden Kante und waren durch etwa 3 mm breite Glasstreifen getrennt. Die Silberschicht war nahezu undurchsichtig.

Die Größe des runden Gesichtsfeldes mußte manchmal durch eingeschaltete Blenden etwas verkleinert werden, um Aufhellungen am Rande zu beseitigen.

Eine Übersicht über die ermittelten Genauigkeitswerte gibt die folgende Tabelle. Die Serie 3 entspricht einer möglichst guten Anordnung (gleichmäßiges Gesichtsfeld ausgeblendet, große Lichtintensität, gute Silberschicht). In den Serien 1 und 2 sind Messungen an anderen weniger guten Silberschichten mitgeteilt, welche nur zur Vergleichung der Genauigkeit bei verschiedenen Einfallswinkeln dienen sollten. Als Halbschattenwinkel 2α ist der Winkel zwischen der Einstellung auf größte Dunkelheit des Silber- bezw. des Glasfeldes genommen worden. Die Untersuchung wurde auch in das totalreflektierende Gebiet hinein ausgedehnt, um die Änderung der Genauigkeit bei gleichzeitiger Elliptizität des Glas- und Silberfeldes zu prüfen. Unter 4 sind in der Tabelle die theoretischen Werte $\gamma_o - \gamma_C$ angeführt, und zwar in Reihe I nach Formel Ia und Ib und in Reihe II nach Formel II berechnet.

Tabelle zum **Lummer**schen Halbschattenprinzip.

1				2			
φ	m	g	2α	φ	m	g	2α
$\varphi_g - 3^05'$	85″	140″	3^0				
$- 38'$	116″	220″	10^0				
$- 25'$	107″	200″	10^0				
	128″	230″	10^0				
				φ_g	23″	—	1^0
					60	101″	3^0
					106	184	4^0
					115	240	6^0
					1440	2320	40^0
$\varphi_g + 21'$	122″	215″	10^0				
				$\varphi_g + 2^027{,}6'$	63″	—	1^0
					84	—	3^0
					109″	126″	6^0
				$\varphi_g + 6^039{,}8'$	83″	133″	3^0

3				4 (Theoret. Genauigkeit)			
φ	m	g	2α	φ	$\gamma_o - \gamma_c$ I (ell.)	II (lin.)	2α
$\varphi_g - 42'$	12,5″	25″	$0{,}8^0$				
$\varphi_g - 20{,}5'$	9″	12,6″	$0{,}8^0$	$\varphi_g - 20{,}5'$	9,1″	7,9″	1^0
	10″	14,0″	$0{,}8^0$		91	79,0	10^0
	10,5″	19,4″	$1{,}6^0$				
	15,5″	19,5″	$0{,}33^0$				
				φ_g	10″	8,7	1^0
					100	87,0	10^0
$\varphi_g + 14'$	14″	25″	$0{,}8^0$				
				$\varphi_g + 2^0 27{,}6'$	11,3		1^0
					113		10^0

Die theoretischen Werte in 4 zeigen beim Vergleich der Reihen I und II, daß die Elliptizität praktisch sehr wenig in Betracht kommt. Als günstigster Einfallswinkel ergab sich experimentell $\varphi_g - 20'$. Es wurden stets 10 Beobachtungen gemacht. m gibt den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung und g die größte vorkommende Abweichung vom arithmetischen Mittel an. Bei genügend heller Lichtquelle war 1^0 der günstigste Halbschattenwinkel. Theoretisch sollte $\gamma_0 - \gamma\delta$ dann ungefähr 7″ sein; als mittlerer Fehler wurde 9″—11″ gefunden, also dem theoretischen Wert befriedigend nahe. m war wie in der Theorie ungefähr proportional dem Halbschattenwinkel. Die erreichte Genauigkeit dürfte für die Zwecke von polarimetrischen Messungen vollauf genügen. Für die Farben grün und gelb war die Genauigkeit wenig verschieden, blau dagegen ließ sich sehr schlecht einstellen.

§ 16. Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Es ist zum erstenmal die Abhängigkeit des Phasendifferenz-Verlaufs im Gebiet der Totalreflexion von der durch Druckspannungen hervorgerufenen Anisotropie des total reflektierenden Materials untersucht worden. Einseitiger Druck änderte die Phasendifferenz für jeden Einfallswinkel um nahezu den gleichen Betrag. Diese Phasendifferenz-Änderung wächst mit dem Druck und kehrt für hohen Brechungsquotienten ihr Vorzeichen um. Letzteres steht in Übereinstimmung mit den Messungen von **Pockels** über akzidentelle Doppelbrechung im durchgehenden Licht. Abweichungen von den durch die theoretische Formel von **Fresnel** geforderten Phasendifferenzwerten im Gebiete der Totalreflexion konnten zum großen Teil durch Druckspannungen in den betreffenden Prismen

erklärt werden. Die erwähnte Formel scheint also für jeden Brechungsquotienten bei spannungsfreien Medien die Messungen richtig darzustellen.

2. Durch eingehende Genauigkeitsmessungen wurde festgestellt, daß der „elliptische Halbschatten-Analysator" nach **Zakrzewski** eine etwa doppelt so genaue Einstellung des Kompensators ermöglicht, wie die Auslöschungs-Methode mittelst des einfachen Analysators.

3. Für das von **Lummer** angegebene Halbschattenprinzip wurden theoretisch und experimentell die günstigsten Anordnungsbedingungen festgestellt. Zahlreiche Bestimmungen der Nullpunktsgenauigkeit ergaben, daß der relativ kleinste mittlere Fehler von 9″ bei etwa 1^0 Halbschatten durch Reflexion kurz vor dem Grenzwinkel der Totalreflexion zu erzielen ist.

Lebenslauf.

Zu Hohenbocka (Schlesien) wurde ich, Martin Volke, als der älteste Sohn des Pastors Oskar Volke am 11. Dezember 1884 geboren. Nach dreijährigem Besuch der Volksschule in Görchen (Posen) und Privatunterricht bei meinem Vater trat ich 1896 in die Quarta des Königl. Gymnasiums zu Rawitsch ein und erhielt Ostern 1903 das Zeugnis der Reife.

Hierauf bezog ich zunächst die Technische Hochschule in Charlottenburg, wurde dann Michaelis 1904 an der Universität Göttingen und Michaelis 1906 in Breslau immatrikuliert. In Göttingen bestand ich die Abschlußprüfungen für die administrative und die mathematische Klasse des Kgl. Seminars für Versicherungswissenschaft.

Ich habe insbesondere Vorlesungen und Übungen (*) besucht bei folgenden Herren Professoren:

Dziobeck*, Hauck*, Pietsch*, Paasche, Lexis*, Cohn*, Ehrenberg, W. Voigt*, Riecke*, F. Klein, Minkowski, C. Runge*, Brendel*, Husserl, E. Müller, Stern*, Kühnemann*, Kneser*, Lummer*, Pringsheim*, Cl. Schäfer.

Allen diesen meinen hochverehrten Lehrern spreche ich meinen tiefgefühlten Dank aus, insbesondere Herrn Professor Lummer für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und das für deren Fortschreiten gezeigte Interesse. Gleichzeitig bin ich Herrn K. Sorge für die Untersuchung der Prismen nach seiner noch nicht veröffentlichten Methode zu Dank verpflichtet.